[This question paper contains 8 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 5336 **L**

Unique Paper Code : 2274000016

Name of the Paper : Game Theory and Social Sciences

Name of the Course : **General Elective (GE)**

Semester : IV/VI/VIII

Duration : 3 Hours
समय : 3 घण्टे

Maximum Marks : 90
पूर्णांक : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Attempt any **five** questions.
3. Use of a simple calculator is allowed.
4. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. किन्हीं **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
3. साधारण कैलकुलेटर उपयोग की अनुमति है।
4. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

P.T.O.

1. Consider the following payoff matrix for a strictly competitive game :

		Player B	
		L	R
Player A	U	(12,-12)	(0,0)
	D	(6,-6)	(18,-18)

(a) Identify all mixed strategies in this game and find the Nash equilibrium. (8)

(b) Why would the players want to play the mixed strategy equilibrium you identified in part (i)? (6)

(c) How is equilibrium related to maximization in strictly competitive games? (4)

2. Two firms, Firm A and Firm B, are competing for a government contract and must independently decide whether to invest in an expensive bidding consultant or proceed without one. If neither firm hires a consultant, both submit standard bids and have an equal probability of winning the contract, sharing expected profits evenly with no additional costs. If only one firm hires a consultant, that firm gains a strategic advantage in preparing its bid and secures a higher probability of winning sufficient to cover the consultant's fee and still earn higher net profits. However, if both firms hire consultants, the advantage cancels out, and both again have equal chances of winning, but their net profits are reduced due to the high consulting costs.

(a) Construct a payoff matrix that reflects the strategic choices and outcomes described in the scenario. (9)

(b) Provide two different versions of the payoff matrix: one where the game represents a Prisoner's Dilemma, and one where it does not. (9)

3. (a) The government plans to allocate three telecom spectrum licenses (frequencies) for 5G services through an auction. There are four telecom firms (A, B, C, and D) interested in acquiring these licenses. Each firm has private valuations for each license, and the value may differ across firms due to differences in technology, market share, and strategic positioning. The government is considering using an auction mechanism to allocate the spectrum efficiently and maximize revenue. Briefly describe how an auction can be used to allocate these spectrum licenses. What type of auction (e.g., first- price sealed bid or second-price sealed bid) would be most appropriate in this context? Explain your reasoning. (6)

(b) Two players are engaged in a war of attrition. The prize is worth ₹200. Each player can choose to quit or stay. Each second a player stays in the game, they incur a cost of ₹1. Model this as a game and identify the equilibrium. Discuss any assumptions made. (12)

4. A firm (Player 1) must decide whether to Enter (E) a market or Stay Out (O). If it enters, the incumbent firm (Player 2) chooses to Fight (F) or Accommodate (A). Payoffs are defined as: (0, 10) if Player 1 chooses O, (2, 2) if Player 1 chooses E and Player 2 chooses F, and (8, 4) if Player 1 chooses E and Player 2 chooses A.

(a) Construct the game tree in extensive form. (6)

(b) Solve the game using backward induction. (4)

(c) Discuss whether the threat to Fight is credible or not. (4)

(d) Interpret the result in terms of entry deterrence in oligopoly markets. (4)

5. (a) Two political parties are facing a unit mass of voters who are uniformly distributed over a policy position, say the level of provision of a public good. Which policy positions will the parties choose in a Nash equilibrium? Explain using a diagram. (6)

(b) Consider the following normal-form game

		Player B		
		Left	Right	Centre
Player A	Up	(8, 6)	(4,10)	(3, 2)
	Down	(2,4)	(3, 5)	(4, 3)
	Middle	(4, 3)	(3, 6)	(2, 1)

(i) Explain the concept of dominant and dominated strategies. (2)

(ii) Identify dominant strategies, if any. (4)

(iii) Perform iterated elimination of strictly dominated strategies. (4)

(iv) Find the Nash equilibrium. (2)

6. Two firms, Firm 1 and Firm 2, compete in quantities in a homogeneous product market à la Cournot Competition. The inverse market demand function is given by :

$P = 100 - Q$ where $Q = q_1 + q_2$, and q_1, q_2 denote outputs of Firm 1 and Firm 2 respectively. The cost functions of the firms are : $C_1(q_1) = 20q_1$, $C_2(q_2) = 10q_2$

(a) Derive the profit functions for both firms. (4)

(b) Derive the best response functions of Firm 1 and Firm 2. (4)

(c) Solve for the equilibrium quantities q_1^* and q_2^*. (4)

(d) Determine the equilibrium price and profits of both firms. (4)

(e) Explain how cost asymmetry affects equilibrium output and profits. (2)

1. एक पूर्णतः प्रतिस्पर्धी खेल (Strictly Competitive Game) के लिए निम्नलिखित भुगतान मैट्रिक्स (Payoff Matrix) पर विचार कीजिए :

		Player B	
		L	R
Player A	U	(12,-12)	(0,0)
	D	(6,-6)	(18,-18)

(क) इस खेल में सभी मिश्रित रणनीतियों (Mixed Strategies) की पहचान कीजिए और नैश संतुलन (Nash Equilibrium) ज्ञात कीजिए। (8)

(ख) खिलाड़ी आपके द्वारा भाग (i) में पहचाने गए मिश्रित रणनीति संतुलन को क्यों खेलना चाहेंगे? (6)

(ग) पूर्णतः प्रतिस्पर्धी खेलों में संतुलन, अधिकतमकरण (Maximization) से किस प्रकार संबंधित है? (4)

2. दो फर्में, फर्म A और फर्म B, एक सरकारी अनुबंध (Contract) के लिए प्रतिस्पर्धा कर रही हैं। उन्हें स्वतंत्र रूप से यह निर्णय लेना है कि वे एक महंगे बोली सलाहकार (Bidding Consultant) को नियुक्त कीजिए या उसके बिना आगे बढ़ें। यदि कोई भी फर्म सलाहकार नियुक्त नहीं करती है, तो दोनों समान बोलियाँ जमा करती हैं और उनके जीतने की संभावना बराबर होती है, जिससे वे बिना किसी अतिरिक्त लागत के लाभ को आपस में बांटती हैं। यदि केवल एक फर्म सलाहकार नियुक्त करती है, तो उस फर्म को बोली तैयार करने में रणनीतिक लाभ मिलता है और उसके जीतने की संभावना इतनी बढ़ जाती है कि वह सलाहकार की फीस निकालने के बाद भी अधिक शुद्ध लाभ कमाती है। हालांकि, यदि दोनों फर्में सलाहकार नियुक्त करती हैं, तो लाभ समाप्त हो जाता है और दोनों के जीतने की संभावना फिर से बराबर हो जाती है, लेकिन उच्च परामर्श लागत के कारण उनका शुद्ध लाभ कम हो जाता है।

(क) एक भुगतान मैट्रिक्स (Payoff Matrix) तैयार कीजिए जो परिदृश्य में वर्णित रणनीतिक विकल्पों और परिणामों को दर्शाता हो। (9)

(ख) भुगतान मैट्रिक्स के दो अलग-अलग संस्करण प्रदान कीजिएः एक जहाँ खेल 'प्रिजनर्स डिलेमा' (Prisoner's Dilemma) को दर्शाता है, और एक जहाँ यह नहीं दर्शाता है। (9)

3. (क) सरकार नीलामी के माध्यम से 5G सेवाओं के लिए तीन टेलीकॉम स्पेक्ट्रम लाइसेंस (फ्रीक्वेंसी) आवंटित करने की योजना बना रही है। चार टेलीकॉम फर्में (A, B, C, और D) इन लाइसेंसों को प्राप्त करने में रुचि रखती हैं। प्रत्येक फर्म का प्रत्येक लाइसेंस के लिए निजी मूल्यांकन (Private Valuation) अलग-अलग हो सकता है। सरकार स्पेक्ट्रम को कुशलतापूर्वक आवंटित करने और राजस्व बढ़ाने के लिए नीलामी तंत्र का उपयोग करने पर विचार कर रही है। संक्षेप में वर्णन कीजिए कि इन स्पेक्ट्रम लाइसेंसों को आवंटित करने के लिए नीलामी का उपयोग कैसे किया जा सकता है। इस संदर्भ में किस प्रकार की नीलामी (जैसे, प्रथम-मूल्य सीलबंद बोली या द्वितीय-मूल्य सीलबंद बोली) सबसे उपयुक्त होगी? अपना तर्क स्पष्ट कीजिए। (6)

(ख) दो खिलाड़ी एक 'वॉर ऑफ एट्रिशन' (War of Attrition) में लगे हुए हैं। पुरस्कार का मूल्य ₹200 है। प्रत्येक खिलाड़ी खेल छोड़ने या बने रहने का विकल्प चुन सकता है। खेल में बने रहने के लिए प्रति सेकंड ₹1 की लागत आती है। इसे एक खेल के रूप में मॉडल कीजिए और संतुलन की पहचान कीजिए। की गई मान्यताओं पर चर्चा कीजिए। (12)

4. एक फर्म (खिलाड़ी 1) को यह तय करना है कि वह बाजार में प्रवेश (Enter – E) करे या बाहर रहे (Stay Out – O)। यदि वह प्रवेश करती है, तो मौजूदा फर्म (खिलाड़ी 2) लड़ने (Fight – F) या समझौता करने (Accommodate – A) का विकल्प चुनती है। भुगतान इस प्रकार हैं: यदि खिलाड़ी 1 'O' चुनता है तो (0, 10), यदि खिलाड़ी 1 'E' और खिलाड़ी 2 'F' चुनता है तो (2, 2), और यदि खिलाड़ी 1 'E' और खिलाड़ी 2 'A' चुनता है तो (8, 4)।

(क) व्यापक रूप (Extensive Form) में गेम ट्री (Game Tree) का निर्माण कीजिए। (6)

(ख) पश्चगामी आगमन (Backward Induction) का उपयोग करके खेल को हल कीजिए। (4)

(ग) चर्चा कीजिए कि क्या लड़ने (Fight) की धमकी विश्वसनीय है या नहीं। (4)

(घ) ओलिगोपोली (Oligopoly) बाजारों में प्रवेश निवारण (Entry Deterrence) के संदर्भ में परिणाम की व्याख्या कीजिए। (4)

5. (क) दो राजनीतिक दल उन मतदाताओं के बीच हैं जो किसी नीतिगत स्थिति (जैसे सार्वजनिक वस्तु के प्रावधान का स्तर) पर समान रूप से वितरित हैं। नैश संतुलन में पार्टियाँ कौन सी नीतिगत स्थितियाँ चुनेंगी? आरेख का उपयोग करके समझाएं। (6)

(ख) निम्नलिखित सामान्य-रूप खेल (Normal-form game) पर विचार कीजिए :

		Player B		
		बाएँ (Left)	दाएँ (Right)	केंद्र (Centre)
Player A	ऊपर (Up)	(8, 6)	(4,10)	(3, 2)
	नीचे (Down)	(2,4)	(3, 5)	(4, 3)
	मध्य (Middle)	(4, 3)	(3, 6)	(2, 1)

(i) प्रभावी (Dominant) और प्रभावित (Dominated) रणनीतियों की अवधारणा को समझाएं। (2)

(ii) यदि कोई प्रभावी रणनीति (Dominant Strategy) है, तो उसकी पहचान कीजिए। (4)

(iii) कड़ाई से प्रभावित रणनीतियों का क्रमिक विलोपन (Iterated elimination of strictly dominated strategies) कीजिए। (4)

(iv) नैश संतुलन ज्ञात कीजिए। (2)

6. दो फर्में, फर्म 1 और फर्म 2, एक समरूप उत्पाद बाजार में 'कूर्नो प्रतिस्पर्धा' (Cournot Competition) के तहत मात्रा में प्रतिस्पर्धा करती हैं। मांग फलन (Demand Function) $P = 100 - (q_1+q_2)$ है, जहाँ q_1 और q_2 क्रमशः फर्म 1 और फर्म 2 के आउटपुट हैं। लागत फलन (Cost Functions) इस प्रकार हैं : $C_1(q_1) = 20q_1$ और $C_2(q_2) = 10q_2$ ।

(क) दोनों फर्मों के लिए लाभ फलन (Profit Functions) व्युत्पन्न कीजिए। (4)

(ख) फर्म 1 और फर्म 2 के सर्वोत्तम प्रतिक्रिया फलन (Best Response Functions) व्युत्पन्न कीजिए। (4)

(ग) संतुलन मात्रा q_1^* और q_2^* के लिए हल कीजिए। (4)

(घ) दोनों फर्मों की संतुलन कीमत और लाभ निर्धारित कीजिए। (4)

(ङ) समझाएं कि लागत विषमता (Cost Asymmetry) संतुलन उत्पादन और लाभ को कैसे प्रभावित करती है। (2)