

[This question paper contains **16** printed pages.]

Your Roll No_____

Sr. No. of Question Paper : **2501**
Unique Paper Code : 2273100027
Name of the Paper : Introduction to Causal Inference
Name of the Course : Common Pool of DSE
Semester : VI/VIII

Duration : 3 hours

Maximum Marks : 90

Instructions

There are two Sections, A & B with a total of 6 questions.

Question 1 from Section A is compulsory.

Answer any 4 out of the 5 questions from Section B.

Marks are given at the end of each question.

Use of simple calculators is allowed.

Section A

1. (a) State the Stable Unit Treatment Value Assumption (SUTVA) and explain its two components with examples.

(b) Explain the difference between the Average Treatment Effect (ATE) and the Local Average Treatment Effect (LATE). Under what conditions are they equal?

(c) When treatment effects are heterogeneous, an additional bias term appears in the SDO decomposition beyond the selection bias. State this decomposition (with all three terms) and explain the role of the heterogeneous treatment effect bias.

(d) Consider the following hypothetical data where both potential outcomes are observed for 8 individuals:

Individual	Y(0)	Y(1)	D (Treatment)
1	5	9	1
2	6	10	1
3	4	7	1
4	7	12	1
5	2	5	0
6	3	4	0
7	1	3	0
8	2	6	0

Compute the ATE, ATT, and ATU for this population. Compute the Simple Difference in Outcomes (SDO). Using the SDO decomposition, compute the selection bias. Interpret your findings.

$$(4 + 4 + 4 + 6)$$

Section-B

2. Under the Mahatma Gandhi National Rural Employment Guarantee Act (MGNREGA), unskilled agricultural workers are entitled to a statutory minimum daily wage. In a particular state, the daily wage cutoff for a wage top-up subsidy is ₹250 per day — workers with a pre-program baseline daily wage below ₹250 are eligible for the top-up, while those earning ₹250 or more are not.

A researcher uses a sharp RDD to estimate the causal effect of the wage top-up on the number of days worked per month. The running variable is baseline daily wage, and the cutoff is ₹250. Data from workers with wages between ₹200 and ₹300 are used:

$$\text{Days_Worked}_i = \alpha + \tau \cdot D_i + f(\text{Wage}_i - 250) + \varepsilon_i$$

where $D_i = 1$ if the worker's baseline wage $< ₹250$ (eligible for the top-up).

Variable	Coefficient	Std. Error	p-value
Intercept	18.0	0.7	0.000
Eligibility ($D = 1$)	4.2	1.5	0.006
Wage - 250 (₹)	0.08	0.03	0.010

- (a) What is the estimated causal effect of the MGNREGA wage top-up on days worked per month? Interpret the RDD estimate.
- (b) What is the predicted number of days worked per month at the wage threshold for a worker who just qualifies for the subsidy?
- (c) Is the estimate statistically significant at the 5% level? Justify your answer.
- (d) What is the key identifying assumption required for this RDD to yield a valid causal estimate?
- (e) How might workers or employers manipulating reported baseline wages around the ₹250 cutoff affect the validity of the RDD? What type of bias could this introduce?
- (f) Describe a diagnostic test or visual analysis that could help assess whether the RDD assumptions hold in this context. (3 + 2 + 2 + 4 + 4 + 3)

3. In 2023, a state government launched a rural road construction program targeting villages with a connectivity index score below 50 (on a 0–100 scale). Villages scoring 49 or below received all-weather road connections; villages at 50 or above did not. A researcher estimates the impact of road connectivity on annual agricultural productivity (₹ per hectare) using two methods:

Regression Discontinuity Design (RDD): Villages with connectivity index scores between 40 and 60 are used in a local linear regression around the cutoff of 50.

Difference-in-Differences (DiD): The researcher compares villages below and above the cutoff in 2022 (pre-program) and 2024 (post-program), using all villages in the data.

RDD Results (Local Linear Regression, Bandwidth = 10)

$$\text{Productivity}_i = \alpha + \tau \cdot D_i + f(\text{Index}_i - 50) + \varepsilon_i$$

Variable	Coefficient	Std. Error	p-value
Intercept	28,000	1,100	0.000
Treated (Index < 50)	3,800	1,400	0.008
Index (centered)	500	150	0.001

DiD Results

$$\text{Productivity}_{it} = \alpha + \delta \cdot \text{Post}_t + \gamma \cdot \text{Treated}_i + \tau \cdot (\text{Post}_t \cdot \text{Treated}_i) + \varepsilon_{it}$$

Variable	Coefficient	Std. Error	p-value
Intercept	26,500	900	0.000
Post	1,500	1,000	0.135
Treated	-800	950	0.400
Post × Treated	2,400	1,100	0.031

(a) Assuming the RDD is valid, why might the RDD estimate (₹3,800) be larger than the DiD estimate (₹2,400)?

(b) Explain how the comparison groups differ between the two methods in this context.

(c) Discuss a situation in this setting where the DiD estimate would be preferred over the RDD estimate.

- (d) What are the external validity limitations of the RDD in this context?
- (e) Under what conditions would DiD provide biased estimates, even if the RDD design appears valid?
- (f) Discuss the advantages of combining RDD with DiD (a local DiD around the cutoff) to strengthen causal identification in this setting. (3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3)

4. A development economist studies the causal effect of maternal education on child health outcomes. Since maternal education is endogenous, the researcher uses exposure to a school construction programme during the mother's childhood as an instrument for years of schooling. The child health outcome is BMI-for-age z-score. The following results are obtained:

Dep. Variable	Indep. Variable	Coefficient	Std. Error	t-stat
First Stage (Mother's Schooling)	School construction	1.20	0.35	3.43
	Constant	6.5	0.5	
	$R^2 = 0.15$			
Reduced Form (Child BMI z-score)	School construction	0.36	0.15	2.40
	Constant	-0.80	0.2	
	$R^2 = 0.06$			
IV Estimate (2SLS) (Child BMI z-score)	Mother's Schooling	0.30	0.13	2.31
	Constant	-1.15	0.3	

- (a) Interpret the coefficients from the first-stage and reduced-form regressions in the context of this study.

- (b) Use the Wald estimator to manually compute the IV estimate. Show your working.
- (c) Discuss the relevance and exclusion restriction assumptions for school construction as an instrument. Use numerical evidence where available.
- (d) Suppose the OLS estimate of the effect of mother's schooling on child BMI z-score is 0.15. What can explain why the IV estimate is larger? Discuss at least two possible explanations.
- (e) In the context of the LATE framework, who are the “compliers” in this study? What does the IV estimate tell us about them? (4 + 3 + 4 + 4 + 3)

5. The following table presents estimates from a study evaluating the effect of the Pradhan Mantri Jan Dhan Yojana (PMJDY) financial inclusion program on annual household savings (in ₹) using Propensity Score Matching (PSM) on observational data.

Estimation Method	ATT Estimate (₹)	Standard Error	t-statistic
PSM (Nearest Neighbour)	4,820	1,650	2.92
Radius Matching (0.03)	4,550	1,720	2.65
Kernel Matching	4,970	1,600	3.11
OLS	7,380	1,900	3.88

- (a) What do the estimates say about the program's impact on annual household savings?
- (b) Explain the concept of common support in the context of propensity score matching. Why is it important for valid inference?
- (c) What is a Linear Probability Model (LPM)? Why is logit or probit preferred over an LPM for estimating the propensity score?
- (d) Why use matching over OLS in this context? What does consistency in results across matching methods suggest?
- (e) When will propensity score matching fail to give unbiased estimates of treatment effects?

(3 + 4 + 5 + 3 + 3)

6. In 2025, State A banned single-use plastic bags in retail stores. State B, with a similar economic and demographic profile, did not implement any such ban. You have monthly data on the average quantity of plastic waste collected (in tonnes) from both states for 2024 (pre-treatment) and 2026 (post-treatment). The following DiD regression is estimated:

$$Y_{it} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{Post}_t + \beta_2 \cdot \text{Treated}_i + \beta_3 \cdot (\text{Treated}_i \times \text{Post}_t) + \varepsilon_{it}$$

Variable	Coefficient	Std. Error	p-value
Intercept	850	20	0.000
Post (2026 = 1)	-30	25	0.230
Treated (State A = 1)	50	22	0.025
Treated $\times$ Post	-180	35	0.000

- What is the estimated causal effect of the plastic ban on monthly plastic waste? Interpret the DiD coefficient.
- Is the DiD effect statistically significant at the 5% level? At the 1% level? Justify using the p-value.
- What is the predicted average monthly plastic waste in 2026 for State A? Show your computation.
- State the parallel trends assumption in this context. Suggest a graphical or statistical method to test its plausibility.
- Suppose State A also launched a large-scale recycling awareness campaign in 2025. How could this confound the DiD estimate? In which direction would the bias operate?
- A colleague suggests adding individual fixed effects and time-varying controls (e.g., population, GDP) to the DiD model. Discuss the benefits and risks of adding controls to a DiD specification.

(4 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4)

खंड अ

1. (a) स्थिर इकाई उपचार मूल्य धारणा (SUTVA) बताइए और उदाहरणों सहित इसके दाघटकों की व्याख्या कीजिए।

(ख) औसत उपचार प्रभाव (एटीई) और स्थानीय औसत उपचार प्रभाव (एलएटीई) के बीच अंतर स्पष्ट कीजिए। किन परिस्थितियों में ये दाघों बराबर होते हैं?

(ग) जब उपचार प्रभाव विषम होते हैं, तचयन पूर्वाग्रह के अलावा एसडीओ अपघटन में एक अतिरिक्त पूर्वाग्रह पद प्रकट होता है। इस अपघटन (तीनों पदों सहित) कस्पष्ट कीजिए और विषम उपचार प्रभाव पूर्वाग्रह की भूमिका समझाइए।

(घ) निम्नलिखित काल्पनिक ंकड़ों पर विचार कीजिए जहाँ8 व्यक्तियों के लिए दाघों सभावित परिणाम देखे गए हैं:

व्यक्ति	वाई(0)	वाई(1)	डी (उपचार)
1	5	9	1
2	6	10	1
3	4	7	1
4	7	12	1
5	2	5	0
6	3	4	0
7	1	3	0
8	2	6	0

इस जनसंख्या के लिए ATE, ATT और ATU की गणना कीजिए। परिणामों में सरल अंतर (SDO) की गणना कीजिए। एसडीओ विश्लेषण का उपयोग करके चयन पूर्वाग्रह की गणना कीजिए। अपने निष्कर्षों की व्याख्या कीजिए।

(4 + 4 + 4 + 6)

धारा-बी

2. महात्मा गांधी राष्ट्रीय ग्रामीण राजगार गारंटी अधिनियम (एमजीएनए रईजीए) के तहत, अकुशल कृषि श्रमिकों का वैधानिक न्यूनतम दैनिक मजदूरी प्राप्त करने का अधिकार है। किसी विशेष राज्य में, वेतन वृद्धि सब्सिडी के लिए दैनिक मजदूरी की सीमा ₹250 प्रति दिन है - कार्यक्रम शुरू होने से पहले ₹250 से कम की न्यूनतम दैनिक मजदूरी वाले श्रमिक इस वृद्धि के पात्र हैं, जबकि ₹250 या उससे अधिक कमाने वाले श्रमिक पात्र नहीं हैं।

एक शोधकर्ता मासिक काम के दिनों की संख्या पर वेतन वृद्धि के कारण होने वाले प्रभाव का अनुमान लगाने के लिए सटीक आरडीडी (अनुमानित दैनिक विकास दर) विधि का उपयोग करता है। चर आधार दैनिक वेतन है, और कटऑफ ₹250 है। ₹200 और ₹300 के बीच वेतन पाने वाले श्रमिकों के डेटा का उपयोग किया जाता है।

$$\text{काम के दिन}_i = \alpha + \tau \cdot D_i + f(\text{मजदूरी} - 250) + \varepsilon_i$$

जहां $D_i = 1$ यदि श्रमिक का आधारभूत वेतन $< ₹250$ (टॉप-अप के लिए पात्र)।

चर	गुणक	मानक त्रुटि	पी-मान
अवरोधन	18.0	0.7	0.000
पात्रता ($D_i = 1$)	4.2	1.5	0.006
वेतन - 250 (₹)	0.08	0.03	0.010

(a) एमजीएनआरईजीए मजदूरी में बढ़ोतरी का प्रति माह काम किए गए दिनों पर अनुमानित कारणिक

प्रभाव क्या है? आरडीडी अनुमान की व्याख्या कीजिए।

(ख) सब्सिडी के लिए पात्र होने वाले श्रमिक के लिए वेतन सीमा पर प्रति माह काम किए जाने वाले दिनों

की अनुमानित संख्या क्या है?

(ग) क्या यह अनुमान 5% स्तर पर सांख्यिकीय रूप से महत्वपूर्ण है? अने उत्तर का औचित्य सिद्ध

कीजिए।

(घ) इस आर.डी.डी. से वैध कारण अनुमान प्राप्त करने के लिए आवश्यक प्रमुख पहचान संबंधी धारणा

क्या है?

(ङ) ₹250 की सीमा के आसपास रिपोर्ट किए गए आधारभूत वेतन में हेरफेर करने वाले श्रमिक या

नियोक्ता, आर.डी.डी. की वैधता को कैसे प्रभावित कर सकते हैं? इससे किस प्रकार का पूर्वाग्रह उत्पन्न

हो सकता है?

(च) एक नैदानिक परीक्षण या दृश्य विश्लेषण का वर्णन कीजिए जो यह आकलन करने में मदद कर

सकता है कि क्या इस संदर्भ में आर.डी.डी. की मान्यताएँ मान्य हैं।

(3 + 2 + 2 + 4 + 4 + 3)

3. 2023 में, एक राज्य सरकार ने 50 से कम कनेक्टिविटी इंडेक्स स्कोर (0-100 के पैमाने पर) वाले गांवों को लक्षित करते हुए एक ग्रामीण सड़क निर्माण कार्यक्रम शुरू किया। 49 या उससे कम स्कोर वाले गांवों को हर मौसम में उच्च योग्य सड़क संर्क प्राप्त हुए; 50 या उससे अधिक स्कोर वाले गांवों को ये संर्क नहीं मिले। एक शोधकर्ता दो विधियों का उच्च योग करके वार्षिक कृषि उत्पादकता (₹ प्रति हेक्टेयर) पर सड़क संर्क के प्रभाव का अनुमान लगाता है:

रिग्रेशन डिसकॉन्टिन्यूटी डिज़ाइन (आरडीडी): कनेक्टिविटी इंडेक्स स्कोर 40 और 60 के बीच वाले गांवों का उच्च योग 50 के कटऑफ के आसपास स्थानीय रैखिक प्रतिगमन में किया जाता है।

अंतर-से-अंतर (DiD): शोधकर्ता 2022 (कार्यक्रम से पहले) और 2024 (कार्यक्रम के बाद) में कटऑफ से नीचे और ऊपर के गांवों की तुलना डेटा में मौजूद सभी गांवों का उच्च योग करके करता है।

आरडीडी परिणाम (स्थानीय रैखिक प्रतिगमन, बैंडविड्थ = 10)

$$\text{उत्पादकता}_i = \alpha + \tau \cdot D_i + f(\text{सूचकांक}_i - 50) + \varepsilon_i$$

चर	गुणक	मानक त्रुटि	पी-मान
अवरोधन	28,000	1,100	0.000
उच्च चारित (सूचकांक < 50)	3,800	1,400	0.008
सूचकांक (केंद्रित)	500	150	0.001

डिड परिणाम

$$\text{उत्पादकता}_{it} = \alpha + \delta \cdot \text{पोस्ट}_t + \gamma \cdot \text{उच्च चारित}_i + \tau \cdot (\text{पोस्ट}_t \cdot \text{उच्च चारित}_i) + \varepsilon_{it}$$

चर	गुणक	मानक त्रुटि	पी-मान
अवरोधन	26,500	900	0.000
बाद में	1,500	1,000	0.135
उपचार	-800	950	0.400
उपचार के बाद ×	2,400	1,100	0.031

(a) यदि RDD वैध है, तो RDD अनुमान (₹3,800) DiD अनुमान (₹2,400) से अधिक क्यों हो सकता है?

(ख) इस संदर्भ में दोनों विधियों के बीच तुलना समूहों में अंतर को स्पष्ट कीजिए।

(ग) इस संदर्भ में ऐसी स्थिति पर चर्चा कीजिए जहां आरडीडी अनुमान की तुलना में डिडी अनुमान को प्राथमिकता दी जाएगी।

(घ) इस संदर्भ में आर.डी.डी. की बाह्य वैधता सीमाएँ क्या हैं?

(ङ) किन परिस्थितियों में डीआईडी क्षमतापूर्ण अनुमान प्रदान करेगा, भले ही आरडीडी डिजाइन वैध प्रतीत हो?

(f) इस संदर्भ में कारण पहचान को मजबूत करने के लिए RDD को DiD (कटऑफ के आसपास एक स्थानीय DiD) के साथ संयोजित करने के लाभों पर चर्चा कीजिए। (3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3)

4. एक विकास अर्थशास्त्री मातृ शिक्षा के शिशु स्वास्थ्य परिणामों पर पड़ने वाले कारणिक प्रभाव का अध्ययन करता है। चूंकि मातृ शिक्षा एक अंतर्जात कारक है, इसलिए शोधकर्ता माता के बचपन के दौरान विद्यालय निर्माण कार्यक्रम में भागीदारी को स्कूली शिक्षा के वर्षों के लिए एक साधन के रूप में उपयोग करता है। शिशु स्वास्थ्य परिणाम आयु-वार बीएमआई जेड-स्कोर है। निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होते हैं:

आश्रित चर	स्वतंत्र चर	गुणक	मानक त्रुटि	टी स्टेट
पहला चरण (माँ की शिक्षा)	स्कूल निर्माण	1.20	0.35	3.43
	स्थिर	6.5	0.5	
	$R^2 = 0.15$			
संक्षिप्त रूप (बच्चे का बीएमआई जेड-स्कोर)	स्कूल निर्माण	0.36	0.15	2.40
	स्थिर	-0.80	0.2	
	$R^2 = 0.06$			
IV अनुमान (2SLS) (बाल बीएमआई जेड-स्कोर)	माँ की शिक्षा	0.30	0.13	2.31
	स्थिर	-1.15	0.3	

- (a) इस अध्ययन के संदर्भ में प्रथम चरण और सरलीकृत रूप प्रतिगमन से प्राप्त गुणांकों की व्याख्या कीजिए।
- (b) वाल्ड एस्टीमेटर का उपयोग करके मैनुअल रूप से IV अनुमान की गणना कीजिए। अपनी गणना का तरीका दिखाएँ।
- (c) विद्यालय निर्माण को एक साधन के रूप में उपयोग करने के संदर्भ में प्रासंगिकता और अवर्जन प्रतिबंध संबंधी मान्यताओं पर चर्चा कीजिए। जहाँ उल्लेख हो, संख्यात्मक साक्ष्य का उपयोग कीजिए।

- (d) मान लीजिए कि बच्चे के बीएमआई जेड-स्कोर और माता की शिक्षा के प्रभाव का ओएलएस अनुमान 0.15 है। आईवी अनुमान अधिक क्यों है, इसका कारण क्या हो सकता है? कम से कम दो संभावित स्पष्टीकरणों और चर्चा कीजिए।
- (e) एलएटीई फ्रेमवर्क के संदर्भ में, इस अध्ययन में "अनुपालक" कौन हैं? IV अनुमान उनके बारे में हमें क्या बताता है?

(4 + 3 + 4 + 4 + 3)

5. निम्नलिखित तालिका अवलोकन डेटा और प्रोपेंसिटी स्कोर मैचिंग (पीएसएम) का उपयोग करते हुए वार्षिक घरेलू बचत (₹ में) और प्रधान मंत्री जन धन योजना (पीएमजेडीवाई) वित्तीय समावेशन कार्यक्रम के प्रभाव का मूल्यांकन करने वाले एक अध्ययन से प्राप्त अनुमानों को प्रस्तुत करती है।

अनुमान विधि	एटीटी अनुमान (₹)	मानक त्रुटि	टी आँकड़ा
पीएसएम (निकटतम मैचिंग)	4,820	1,650	2.92
त्रिज्या मिलान (0.03)	4,550	1,720	2.65
कर्नेल मिलान	4,970	1,600	3.11
ओएलएस	7,380	1,900	3.88

- (क) अनुमानों से वार्षिक घरेलू बचत और कार्यक्रम के प्रभाव के बारे में क्या कहा जा सकता है?
- (ख) प्रोपेंसिटी स्कोर मैचिंग के संदर्भ में कॉमन सपोर्ट की अवधारणा को स्पष्ट कीजिए। वैध निष्कर्ष के लिए यह क्यों महत्वपूर्ण है?
- (ग) लीनियर प्रोबेबिलिटी मॉडल (LPM) क्या है? प्रोपेंसिटी स्कोर का अनुमान लगाने के लिए LPM की तुलना में लॉजिट या प्रोबिट को क्यों प्राथमिकता दी जाती है?

(घ) इस संदर्भ में ओएलएस की तुलना में मैचिंग का उपयोग क्यों किया जाए? मैचिंग विधियों में परिणामों की संगति क्या दर्शाती है?

(ङ) उपचार प्रभावों के निष्पक्ष अनुमान देने में प्रोपेंसिटी स्कोर मैचिंग कब विफल होगी?

(3 + 4 + 5 + 3 + 3)

6. 2025 में, राज्य A ने खुदरा दुकानों में एकल-उपयोग वाले प्लास्टिक बैग पर प्रतिबंध लगा दिया। राज्य B, जिसकी आर्थिक और जनसांख्यिकीय प्रोफाइल लगभग समान है, ने ऐसा कोई प्रतिबंध लागू नहीं किया। आप के पास दोनों राज्यों से 2024 (उपचार से पहले) और 2026 (उपचार के बाद) के लिए एकत्रित प्लास्टिक कचरे की औसत मात्रा (टन में) का मासिक डेटा है। निम्नलिखित DiD प्रतिगमन का अनुमान लगाया गया है:

$$Y_{it} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{Post}_t + \beta_2 \cdot \text{Treated}_i + \beta_3 \cdot (\text{Treated}_i \times \text{Post}_t) + \varepsilon_{it}$$

चर	गुणक	मानक त्रुटि	पी-मान
अवरोधन	850	20	0.000
बाद में (2026 = 1)	-30	25	0.230
उपचारित (अवस्था A = 1)	50	22	0.025
उपचारित × पोस्ट	-180	35	0.000

(a) प्लास्टिक प्रतिबंध का मासिक प्लास्टिक कचरे पर अनुमानित कारणिक प्रभाव क्या है? DiD गुणांक की व्याख्या कीजिए।

(ख) क्या 5% स्तर पर DiD प्रभाव सांख्यिकीय रूप सांभव्यपूर्ण है? क्या 1% स्तर पर यह महत्वपूर्ण है? पी-मान का उपयोग करके इसका औचित्य सिद्ध कीजिए।

(ग) राज्य A के लिए वर्ष 2026 में अनुमानित औसत मासिक प्लास्टिक अपशिष्ट कितना होगा? अपनी गणना दर्शाइए।

(घ) इस संदर्भ में समानांतर प्रवृत्तियों की धारणा बताइए। इसकी सत्यता का परीक्षण करना के लिए एक ग्राफिकल या सांख्यिकीय विधि सुझाइए।

(ङ) मान लीजिए कि राज्य ए नवंबर 2025 में एक व्यापक पुनर्चक्रण जागरूकता अभियान शुरू किया। इससे DiD अनुमान किस प्रकार प्रभावित हो सकता है? पूर्वाग्रह किस दिशा में कार्य करेगा?

(f) एक सहकर्मी ने DiD मॉडल में व्यक्तिगत निश्चित प्रभावों और समय-परिवर्ती नियंत्रणों (जैसे जनसंख्या, जीडीपी) को जोड़ने का सुझाव दिया। DiD विनिर्देश में नियंत्रण जोड़ने के लाभों और जोखिमों पर चर्चा कीजिए।

(4 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4)