

(This Question paper contains 16 printed page)

Roll No. _____

S.No. of Question Paper : **2498**

L

Unique Paper Code : 2273100024

Name of the Paper : Forecasting Methods for Economics

Name of the Course : Common Pool of DSE

Semester : VI/VIII

Duration: 3 hours

Maximum Marks: 90

(Write Your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note: Answers may be written either in English or in Hindi, but the same medium should be used throughout the paper.

All questions carry equal marks. Marks are indicated against each question.

Use of a simple non-programmable calculator is allowed.

Statistical tables are attached for your reference.

SECTION -I

All Questions are compulsory

1. a) Define the concept of a forecast horizon. Explain why the choice of forecast horizon is important in forecasting and how it affects forecast accuracy.
- b) Distinguish between the forecast object and the forecast statement. Explain how the way a forecast is stated can affect decision-making. (5, 5)
2. a) Describe the sales force composite method of forecasting. Briefly explain any two of its advantages and disadvantages.
- b) A firm has very limited historical data but needs to prepare a short-term sales forecast. Which judgmental forecasting method would you recommend? Justify your answer. (5, 5)

SECTION -II

Attempt any two questions out of three

3. The following data relate price (in \$'000) to mileage (mpg) for a sample of automobiles:

Observation	1	2	3	4	5
Mileage (X) (mpg)	20	22	25	28	32
Price (Y) (\$'000)	24.8	17.9	11.0	13.1	6.6

- a) Estimate the regression model $Y = a + bX$.
 b) Using the model, forecast the price when $X = 27$ and construct a 90% prediction interval for the forecast at $X = 27$.
 c) Compute the coefficient of determination R^2 and interpret. (5, 5, 5)

4. The following data represent the monthly demand for a product:

Month	1	2	3	4	5	6
Demand Y_t	50	55	53	60	62	65

- a) Compute forecasts for periods 4, 5, and 6 using a 3-period moving average.
 b) Using simple exponential smoothing with $\alpha = 0.5$ and $F_2 = Y_1$, compute forecasts up to period 7.
 c) Compare the two methods using MSE and comment on which responds faster to changes in demand.

5. The quarterly sales of a product are given below:

Year	Q1	Q2	Q3	Q4
1	100	120	140	160
2	110	132	154	176

- a) Estimate seasonal indices using the ratio-to-moving-average (CMA) method.
 b) Deseasonalize the series and identify the trend
 c) Using the multiplicative decomposition model, forecast the sales for Year 3, Q1. (6, 4, 5)

SECTION -III

Attempt any two questions out of three

6. a) Define an AR(1) and MA(1) process. State the condition for invertibility of MA(1).
 b) Derive the autocorrelation function of an MA(1) process and show that $\rho_1 \neq 0$ and $\rho_k = 0$ for $k > 1$
 c) Compare the ACF patterns of AR(1) and MA(1) processes and explain how they guide model identification.
 d) Derive the variance of an MA(1) process and explain how the parameter θ affects the magnitude of autocorrelations. (5, 5, 5, 5)
7. a) Outline the Engle–Granger two-step procedure for testing cointegration.
 b) Explain how residual-based unit root testing is used to test for cointegration.
 c) Discuss limitations of the Engle–Granger approach.

- d) A long-run relationship between Y and X is estimated as follows:

$$Y_t = 1.2 + 0.9X_t + u_t$$

The residuals $\hat{u}_t$ are tested using an ADF test. The test statistic is -3.4 , and the 5% critical value is -3.0 . Test whether Y_t and X_t are cointegrated. Clearly state the null hypothesis and the conclusion. (5, 5, 5, 5)

8. a) Define Granger causality and write down the regression equations used to test it.
 b) State the null and alternative hypotheses for Granger causality.
 c) Derive the F-statistic used in testing Granger causality and explain its interpretation.
 d) Consider the following estimated model:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + u_t$$

It is given that Restricted RSS (excluding X): $RSS_r = 120$

Unrestricted RSS (including X): $RSS_{ur} = 100$

Sample size: $n = 30$

Number of parameters in unrestricted model: $k = 5$

Test whether X Granger-causes Y at the 5% level using the F-test. (5, 5, 5, 5)

भाग -I

सभी तिमाही अनिवार्य हैं

1. क) पूर्वानुमान क्षितिज की अवधारणा को परिभाषित कीजिए। पूर्वानुमान में पूर्वानुमान क्षितिज का चुनाव क्यों महत्वपूर्ण है और यह पूर्वानुमान की सटीकता को कैसे प्रभावित करता है, इसकी व्याख्या कीजिए।
- b) पूर्वानुमान वस्तु और पूर्वानुमान कथन के बीच अंतर स्पष्ट कीजिए। समझाइए कि किस प्रकार अंतर किया जाता है। पूर्वानुमान के आधार पर निर्णय लेने की प्रक्रिया प्रभावित हो सकती है। (5, 5)
2. क) बिक्री बल समग्र पूर्वानुमान विधि का वर्णन कीजिए। इसके किन्हीं दो लाभों और हानियों को संक्षेप में समझाइए।
- b) एक फर्म के पास ऐतिहासिक डेटा बहुत सीमित है, लेकिन उसे अल्पकालिक बिक्री पूर्वानुमान तैयार करने की आवश्यकता है। आप किस निर्णयात्मक पूर्वानुमान विधि की अनुशंसा कीजिएगे? अपने उत्तर का औचित्य सिद्ध कीजिए। (5, 5)

भाग -II

तीन में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

3. निम्नलिखित आंकड़े कुछ चुनिंदा कारों के लिए कीमत (हजारों डॉलर में) और माइलेज (मील प्रति ग्राम) के बीच संबंध दर्शाते हैं:

अवलोकन	1	2	3	4	5
माइलेज (X) (mpg)	20	22	25	28	32
मूल्य (Y) (\$'000)	24.8	17.9	11.0	13.1	6.6

- a) प्रतिगमन मॉडल $Y = a + bbb$ का अनुमान लगाइए।
- b) इस मॉडल का उपयोग करके, जब $bb = 27$ हो, तो कीमत का पूर्वानुमान लगाएं और $bb = 27$ पर पूर्वानुमान के लिए 90% पूर्वानुमान अंतराल का निर्माण कीजिए।
- c) निर्धारण गुणांक R^2 की गणना कीजिए और उसकी व्याख्या कीजिए। (5, 5, 5)

4. निम्नलिखित आंकड़े किसी उत्पाद की मासिक मांग को दर्शाते हैं:

महीना	1	2	3	4	5	6
माँग Y_t	50	55	53	60	62	65

- a) तीन अवधि के मूविंग एवरेज का उपयोग करके अवधि 4, 5 और 6 के लिए पूर्वानुमानों की गणना कीजिए।
- b) $\alpha = 0.5$ और $F2 = Y1$ के साथ सरल घातीय स्मूथिंग का उपयोग करते हुए, अवधि 7 तक पूर्वानुमानों की गणना कीजिए।
- c) एमएसई का उपयोग करके दोनों विधियों की तुलना कीजिए और बताएं कि मांग में बदलाव के प्रति कौन सी विधि तेजी से प्रतिक्रिया करती है।

5. किसी उत्पाद की तिमाही बिक्री नीचे दी गई है:

वर्ष	तिमाही 1	तिमाही 2	तिमाही 3	तिमाही 4
1	100	120	140	160
2	110	132	154	176

- मौसमी सूचकांकों का अनुमान लगाने के लिए रेशियो-टू-मूविंग-एवरेज (सीएमए) विधि का उपयोग कीजिए।
- श्रृंखला से मौसमी प्रभावों को हटाकर प्रवृत्ति की पहचान कीजिए।
- गुणात्मक अपघटन मॉडल का उपयोग करते हुए, तीसरे वर्ष की पहली तिमाही के लिए बिक्री का पूर्वानुमान लगाएं।

(6, 4, 5)

खंड - III

तीन में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

- AR(1) और MA(1) प्रक्रिया को परिभाषित कीजिए। MA(1) की व्युत्क्रमणीयता की शर्त बताइए।
 - एक MA(1) प्रक्रिया के ऑटोकोरिलेशन फ़ंक्शन को व्युत्पन्न कीजिए और दिखाएँ कि $\rho_1 \neq 0$ और $\rho_k = 0$, जहाँ $k > 1$
 - AR(1) और MA(1) प्रक्रियाओं के ACF पैटर्न की तुलना कीजिए और समझाएं कि वे मॉडल पहचान को कैसे निर्देशित करते हैं।
 - MA(1) प्रक्रिया का विचरण ज्ञात कीजिए और समझाइए कि पैरामीटर θ यह ऑटोकोरिलेशन के परिमाण को प्रभावित करता है। (5, 5, 5, 5)

7. a) कॉइंटिग्रेशन के परीक्षण के लिए एंगल-ग्रेंजर दो-चरणीय प्रक्रिया की रूपरेखा प्रस्तुत कीजिए।
- b) समझाइए कि अवशिष्ट-आधारित इकाई मूल परीक्षण का उपयोग सह-एकीकरण के परीक्षण के लिए कैसे किया जाता है।
- c) एंगल-ग्रेंजर दृष्टिकोण की सीमाओं पर चर्चा कीजिए।
- d) Y और X के बीच दीर्घकालिक संबंध का अनुमान निम्नलिखित प्रकार से लगाया जाता है:

$$Y_t = 1.2 + 0.9bbt + u_t$$

अवशिष्ट u_t का परीक्षण ADF परीक्षण का उपयोग करके किया जाता है। परीक्षण सांख्यिकी -3.4 है, और 5% महत्वपूर्ण मान -3.0 है। परीक्षण कीजिए कि क्या Y_t और bbt सह-एकीकृत हैं। स्पष्ट रूप से बताएं कि शून्य परिकल्पना और निष्कर्ष। (5, 5, 5, 5)

8. ए) ग्रेंजर कारणता को परिभाषित कीजिए और इसका परीक्षण करने के लिए उपयोग किए जाने वाले प्रतिगमन समीकरणों को लिखें।
- b) ग्रेंजर कारणता के लिए शून्य और वैकल्पिक परिकल्पनाएँ बताइए।
- c) ग्रेंजर कारणता के परीक्षण में प्रयुक्त एफ-सांख्यिकी को व्युत्पन्न कीजिए और इसकी व्याख्या स्पष्ट कीजिए।
- d) निम्नलिखित अनुमानित मॉडल पर विचार कीजिए:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \beta_1 bbt_{t-1} + \beta_2 bbt_{t-2} + u_t$$

यह दिया गया है कि प्रतिबंधित आरएसएस (छूट)बीबी):आरएसएस_r= 120

अप्रतिबंधित आरएसएस (सहित)बीबी):आरएसएस_{ur}= 100

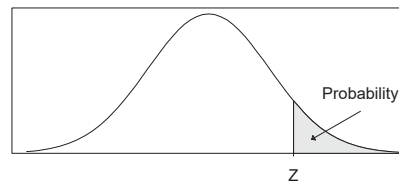
नमूने का आकार: $n = 30$

अप्रतिबंधित मॉडल में मापदंडों की संख्या: $k = 5$

जांचें कि क्या बीबीर्गेजर-कारणवाईएफ-टेस्ट का उपयोग करके 5% स्तर पर। (5, 5,
5, 5

A: Normal probabilities

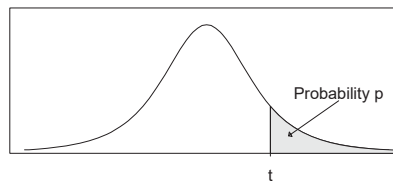
Table entry is the probability in the right-hand tail of a standard normal distribution (mean 0 and standard deviation 1). For negative values of z , probabilities are found by symmetry.



z	Second decimal place of z									
	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002

B: Critical values for t statistic

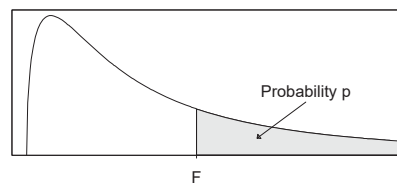
Table entry is the point t with the probability p lying above it. The first column gives the degrees of freedom. Use symmetry for negative t values.



df	Tail probability p				
	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66
2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60
5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71
7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01
14	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70
50	1.30	1.68	2.01	2.40	2.68
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66
70	1.29	1.67	1.99	2.38	2.65
80	1.29	1.66	1.99	2.37	2.64
90	1.29	1.66	1.99	2.37	2.63
100	1.29	1.66	1.98	2.36	2.63
∞	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58
	80%	90%	95%	98%	99%
	Confidence level				

C: Critical values for F statistic

Table entry is the point F with the probability p lying above it. The first column gives the df in the denominator, the column headings give the df in the numerator. The second column gives the value of p .



denom. df ₂	p	numerator df ₁									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.10	39.9	49.5	53.6	55.8	57.2	58.2	58.9	59.4	59.9	60.2
	0.05	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9
	0.01	4052.2	4999.5	5403.4	5624.6	5763.6	5859.0	5928.4	5981.1	6022.5	6055.8
2	0.10	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39
	0.05	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
	0.01	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40
3	0.10	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23
	0.05	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
	0.01	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23
4	0.10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92
	0.05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
	0.01	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55
5	0.10	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30
	0.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
	0.01	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05
6	0.10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94
	0.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
	0.01	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87
7	0.10	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70
	0.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
	0.01	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62
8	0.10	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54
	0.05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
	0.01	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81
9	0.10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42
	0.05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
	0.01	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26
10	0.10	3.28	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32
	0.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
	0.01	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85

11	12	13	14	15	20	25	30	60	120	∞
60.5	60.7	60.9	61.1	61.2	61.7	62.1	62.3	62.8	63.1	63.3
243.0	243.9	244.7	245.4	245.9	248.0	249.3	250.1	252.2	253.3	254.3
6083.3	6106.3	6125.9	6142.7	6157.3	6208.7	6239.8	6260.6	6313.0	6339.4	6365.8
9.40	9.41	9.41	9.42	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.48	9.49
19.40	19.41	19.42	19.42	19.43	19.45	19.46	19.46	19.48	19.49	19.50
99.40	99.42	99.42	99.43	99.43	99.45	99.46	99.47	99.48	99.49	99.50
5.22	5.22	5.21	5.20	5.2	5.18	5.17	5.17	5.15	5.14	5.13
8.76	8.74	8.73	8.71	8.7	8.66	8.63	8.62	8.57	8.55	8.53
27.13	27.05	26.98	26.92	26.9	26.69	26.58	26.50	26.32	26.22	26.13
3.91	3.90	3.89	3.88	3.87	3.84	3.83	3.82	3.79	3.78	3.76
5.94	5.91	5.89	5.87	5.86	5.80	5.77	5.75	5.69	5.66	5.63
14.45	14.37	14.31	14.25	14.20	14.02	13.91	13.84	13.65	13.56	13.46
3.28	3.27	3.26	3.25	3.24	3.21	3.19	3.17	3.14	3.12	3.10
4.70	4.68	4.66	4.64	4.62	4.56	4.52	4.50	4.43	4.40	4.36
9.96	9.89	9.82	9.77	9.72	9.55	9.45	9.38	9.20	9.11	9.02
2.92	2.90	2.89	2.88	2.87	2.84	2.81	2.80	2.76	2.74	2.72
4.03	4.00	3.98	3.96	3.94	3.87	3.83	3.81	3.74	3.70	3.67
7.79	7.72	7.66	7.60	7.56	7.40	7.30	7.23	7.06	6.97	6.88
2.68	2.67	2.65	2.64	2.63	2.59	2.57	2.56	2.51	2.49	2.47
3.60	3.57	3.55	3.53	3.51	3.44	3.40	3.38	3.30	3.27	3.23
6.54	6.47	6.41	6.36	6.31	6.16	6.06	5.99	5.82	5.74	5.65
2.52	2.50	2.49	2.48	2.46	2.42	2.40	2.38	2.34	2.32	2.29
3.31	3.28	3.26	3.24	3.22	3.15	3.11	3.08	3.01	2.97	2.93
5.73	5.67	5.61	5.56	5.52	5.36	5.26	5.20	5.03	4.95	4.86
2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.30	2.27	2.25	2.21	2.18	2.16
3.10	3.07	3.05	3.03	3.01	2.94	2.89	2.86	2.79	2.75	2.71
5.18	5.11	5.05	5.01	4.96	4.81	4.71	4.65	4.48	4.40	4.31
2.30	2.28	2.27	2.26	2.24	2.20	2.17	2.16	2.11	2.08	2.06
2.94	2.91	2.89	2.86	2.84	2.77	2.73	2.70	2.62	2.58	2.54
4.77	4.71	4.65	4.60	4.56	4.41	4.31	4.25	4.08	4.00	3.91

	<i>p</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	0.10	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25
	0.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85
	0.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54
12	0.10	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19
	0.05	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
	0.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30
13	0.10	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14
	0.05	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67
	0.01	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10
14	0.10	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10
	0.05	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
	0.01	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94
15	0.10	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06
	0.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
	0.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80
16	0.10	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03
	0.05	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
	0.01	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69
17	0.10	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00
	0.05	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45
	0.01	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59
18	0.10	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98
	0.05	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
	0.01	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51
19	0.10	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96
	0.05	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38
	0.01	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43
20	0.10	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94
	0.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
	0.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37
21	0.10	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92
	0.05	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32
	0.01	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31
22	0.10	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90
	0.05	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30
	0.01	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26

	11	12	13	14	15	20	25	30	60	120	∞
2.23	2.21	2.19	2.18	2.17	2.12	2.10	2.08	2.03	2.00	1.97	
2.82	2.79	2.76	2.74	2.72	2.65	2.60	2.57	2.49	2.45	2.40	
4.46	4.40	4.34	4.29	4.25	4.10	4.01	3.94	3.78	3.69	3.60	
2.17	2.15	2.13	2.12	2.10	2.06	2.03	2.01	1.96	1.93	1.90	
2.72	2.69	2.66	2.64	2.62	2.54	2.50	2.47	2.38	2.34	2.30	
4.22	4.16	4.10	4.05	4.01	3.86	3.76	3.70	3.54	3.45	3.36	
2.12	2.10	2.08	2.07	2.05	2.01	1.98	1.96	1.90	1.88	1.85	
2.63	2.60	2.58	2.55	2.53	2.46	2.41	2.38	2.30	2.25	2.21	
4.02	3.96	3.91	3.86	3.82	3.66	3.57	3.51	3.34	3.25	3.17	
2.07	2.05	2.04	2.02	2.01	1.96	1.93	1.91	1.86	1.83	1.80	
2.57	2.53	2.51	2.48	2.46	2.39	2.34	2.31	2.22	2.18	2.13	
3.86	3.80	3.75	3.70	3.66	3.51	3.41	3.35	3.18	3.09	3.00	
2.04	2.02	2.00	1.99	1.97	1.92	1.89	1.87	1.82	1.79	1.76	
2.51	2.48	2.45	2.42	2.40	2.33	2.28	2.25	2.16	2.11	2.07	
3.73	3.67	3.61	3.56	3.52	3.37	3.28	3.21	3.05	2.96	2.87	
2.01	1.99	1.97	1.95	1.94	1.89	1.86	1.84	1.78	1.75	1.72	
2.46	2.42	2.40	2.37	2.35	2.28	2.23	2.19	2.11	2.06	2.01	
3.62	3.55	3.50	3.45	3.41	3.26	3.16	3.10	2.93	2.84	2.75	
1.98	1.96	1.94	1.93	1.91	1.86	1.83	1.81	1.75	1.72	1.69	
2.41	2.38	2.35	2.33	2.31	2.23	2.18	2.15	2.06	2.01	1.96	
3.52	3.46	3.40	3.35	3.31	3.16	3.07	3.00	2.83	2.75	2.65	
1.95	1.93	1.92	1.90	1.89	1.84	1.80	1.78	1.72	1.69	1.66	
2.37	2.34	2.31	2.29	2.27	2.19	2.14	2.11	2.02	1.97	1.92	
3.43	3.37	3.32	3.27	3.23	3.08	2.98	2.92	2.75	2.66	2.57	
1.93	1.91	1.89	1.88	1.86	1.81	1.78	1.76	1.70	1.67	1.63	
2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.16	2.11	2.07	1.98	1.93	1.88	
3.36	3.30	3.24	3.19	3.15	3.00	2.91	2.84	2.67	2.58	2.49	
1.91	1.89	1.87	1.86	1.84	1.79	1.76	1.74	1.68	1.64	1.61	
2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.12	2.07	2.04	1.95	1.90	1.84	
3.29	3.23	3.18	3.13	3.09	2.94	2.84	2.78	2.61	2.52	2.42	
1.90	1.88	1.86	1.84	1.83	1.78	1.74	1.72	1.66	1.62	1.59	
2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.10	2.05	2.01	1.92	1.87	1.81	
3.24	3.17	3.12	3.07	3.03	2.88	2.78	2.72	2.55	2.46	2.36	
1.88	1.86	1.84	1.83	1.81	1.76	1.73	1.70	1.64	1.60	1.57	
2.26	2.23	2.20	2.17	2.15	2.07	2.02	1.98	1.89	1.84	1.78	
3.18	3.12	3.07	3.02	2.98	2.83	2.73	2.67	2.50	2.40	2.31	

	<i>p</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
23	<i>0.10</i>	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89
	<i>0.05</i>	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27
	<i>0.01</i>	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21
24	<i>0.10</i>	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88
	<i>0.05</i>	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25
	<i>0.01</i>	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17
25	<i>0.10</i>	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87
	<i>0.05</i>	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24
	<i>0.01</i>	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13
26	<i>0.1</i>	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86
	<i>0.05</i>	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22
	<i>0.01</i>	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09
27	<i>0.10</i>	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85
	<i>0.05</i>	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20
	<i>0.01</i>	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06
28	<i>0.1</i>	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84
	<i>0.05</i>	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19
	<i>0.01</i>	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03
29	<i>0.10</i>	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83
	<i>0.05</i>	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18
	<i>0.01</i>	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00
30	<i>0.10</i>	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82
	<i>0.05</i>	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
	<i>0.01</i>	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98
40	<i>0.10</i>	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76
	<i>0.05</i>	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
	<i>0.01</i>	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80
50	<i>0.10</i>	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80	1.76	1.73
	<i>0.05</i>	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03
	<i>0.01</i>	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78	2.70
60	<i>0.10</i>	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71
	<i>0.05</i>	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99
	<i>0.01</i>	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63
100	<i>0.1</i>	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69	1.66
	<i>0.05</i>	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93
	<i>0.01</i>	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50
200	<i>0.10</i>	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	1.63
	<i>0.05</i>	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88
	<i>0.01</i>	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41
1,000	<i>0.10</i>	2.71	2.31	2.09	1.95	1.85	1.78	1.72	1.68	1.64	1.61
	<i>0.05</i>	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84
	<i>0.01</i>	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.42	2.34

11	12	13	14	15	20	25	30	60	120	∞
1.87	1.84	1.83	1.81	1.80	1.74	1.71	1.69	1.62	1.59	1.55
2.24	2.20	2.18	2.15	2.13	2.05	2.00	1.96	1.86	1.81	1.76
3.14	3.07	3.02	2.97	2.93	2.78	2.69	2.62	2.45	2.35	2.26
1.85	1.83	1.81	1.80	1.78	1.73	1.70	1.67	1.61	1.57	1.53
2.22	2.18	2.15	2.13	2.11	2.03	1.98	1.94	1.84	1.79	1.73
3.09	3.03	2.98	2.93	2.89	2.74	2.64	2.58	2.40	2.31	2.21
1.84	1.82	1.80	1.79	1.77	1.72	1.68	1.66	1.59	1.56	1.52
2.20	2.16	2.14	2.11	2.09	2.01	1.96	1.92	1.82	1.77	1.71
3.06	2.99	2.94	2.89	2.85	2.70	2.60	2.54	2.36	2.27	2.17
1.83	1.81	1.79	1.77	1.76	1.71	1.67	1.65	1.58	1.54	1.50
2.18	2.15	2.12	2.09	2.07	1.99	1.94	1.90	1.80	1.75	1.69
3.02	2.96	2.90	2.86	2.82	2.66	2.57	2.50	2.33	2.23	2.13
1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.70	1.66	1.64	1.57	1.53	1.49
2.17	2.13	2.10	2.08	2.06	1.97	1.92	1.88	1.79	1.73	1.67
2.99	2.93	2.87	2.82	2.78	2.63	2.54	2.47	2.29	2.20	2.10
1.81	1.79	1.77	1.75	1.74	1.69	1.65	1.63	1.56	1.52	1.48
2.15	2.12	2.09	2.06	2.04	1.96	1.91	1.87	1.77	1.71	1.65
2.96	2.90	2.84	2.79	2.75	2.60	2.51	2.44	2.26	2.17	2.06
1.80	1.78	1.76	1.75	1.73	1.68	1.64	1.62	1.55	1.51	1.47
2.14	2.10	2.08	2.05	2.03	1.94	1.89	1.85	1.75	1.70	1.64
2.93	2.87	2.81	2.77	2.73	2.57	2.48	2.41	2.23	2.14	2.03
1.79	1.77	1.75	1.74	1.72	1.67	1.63	1.61	1.54	1.50	1.46
2.13	2.09	2.06	2.04	2.01	1.93	1.88	1.84	1.74	1.68	1.62
2.91	2.84	2.79	2.74	2.70	2.55	2.45	2.39	2.21	2.11	2.01
1.74	1.71	1.70	1.68	1.66	1.61	1.57	1.54	1.47	1.42	1.38
2.04	2.00	1.97	1.95	1.92	1.84	1.78	1.74	1.64	1.58	1.51
2.73	2.66	2.61	2.56	2.52	2.37	2.27	2.20	2.02	1.92	1.80
1.70	1.68	1.66	1.64	1.63	1.57	1.53	1.50	1.42	1.38	1.33
1.99	1.95	1.92	1.89	1.87	1.78	1.73	1.69	1.58	1.51	1.44
2.62	2.56	2.51	2.46	2.42	2.27	2.17	2.10	1.91	1.80	1.68
1.68	1.66	1.64	1.62	1.60	1.54	1.50	1.48	1.40	1.35	1.29
1.95	1.92	1.89	1.86	1.84	1.75	1.69	1.65	1.53	1.47	1.39
2.56	2.50	2.44	2.39	2.35	2.20	2.10	2.03	1.84	1.73	1.60
1.64	1.61	1.59	1.57	1.56	1.49	1.45	1.42	1.34	1.28	1.21
1.89	1.85	1.82	1.79	1.77	1.68	1.62	1.57	1.45	1.38	1.28
2.43	2.37	2.31	2.27	2.22	2.07	1.97	1.89	1.69	1.57	1.43
1.60	1.58	1.56	1.54	1.52	1.46	1.41	1.38	1.29	1.23	1.14
1.84	1.80	1.77	1.74	1.72	1.62	1.56	1.52	1.39	1.30	1.19
2.34	2.27	2.22	2.17	2.13	1.97	1.87	1.79	1.58	1.45	1.28
1.58	1.55	1.53	1.51	1.49	1.43	1.38	1.35	1.25	1.18	1.06
1.80	1.76	1.73	1.70	1.68	1.58	1.52	1.47	1.33	1.24	1.08
2.27	2.20	2.15	2.10	2.06	1.90	1.79	1.72	1.50	1.35	1.11