(This Question paper contains 12 printed page) Roll No. _________

Sr. No. of questions Paper : 6874

Unique Paper Code : 2273100031

Name of the Paper :Topics in Game Theory

Name of the Course :B.A (Hons.) Economics- DSC

Semester : VIII

Duration : 3 hours

Maximum Marks : 90 Marks

Instructions

1. Write your Roll Number clearly on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Answers may be written either in English or Hindi; the same medium should be used throughout the paper.
3. The question paper consists of two Sections: A and B.
4. Section A is compulsory.
5. In Section B, attempt any three questions.
6. All parts of a question must be answered together.
7. Use of a simple calculator is permitted.

Section A

Q1.Consider the following normal form game:

Player 1 \ Player 2	L	R
U	4,2	1,3
D	2,4	3,1

a) Determine the best response of each player corresponding to every possible strategy of the opponent and identify all pure strategy Nash equilibria of the game. Explain your reasoning.

b) Examine whether any strategy is strictly dominated or weakly dominated. Provide justification.

c) Explain the economic intuition behind the equilibrium outcome obtained. (5+2+3)

Q2.a) Define a subgame in an extensive form game. What conditions must be satisfied for a part of a game tree to qualify as a subgame? Illustrate with a suitable example.

b) Explain the concept of Subgame Perfect Nash Equilibrium (SPNE). Why is SPNE considered a refinement of Nash Equilibrium? Illustrate with the help of the example you provided in part (a) of this question.

c) Explain the concept of information sets in extensive form games with the help of a suitable example. How do information sets represent imperfect information? Why are they important in analyzing strategic behaviour? (3+3+4)

Q3. How cooperation can emerge among rational players even when short-run incentives encourage deviation. Explain the role of strategies and punishment mechanisms in sustaining equilibrium outcomes in infinitely repeated interactions. (10)

Section B

Q4. Consider the following sequential game between two players:

Player 1 moves first and chooses between strategies A and B.

- If Player 1 chooses A, Player 2 chooses between C and D.
- If Player 1 chooses B, Player 2 chooses between E and F.

The payoffs (Player 1, Player 2) are as follows:

- (A, C) = (3, 2)
- (A, D) = (1, 4)
- (B, E) = (2, 3)
- (B, F) = (4, 1)

a) Represent the above game in extensive form using a game tree.

b) Identify all possible strategies available to both players.

c) Find the Subgame Perfect Nash Equilibrium.

d) Explain why the equilibrium strategies are credible. (5+5+5+5)

Q5. Consider a market where an incumbent firm faces the possibility of entry by a rival firm. The entrant must decide whether to Enter or Stay Out of the market. After observing the entrant's decision, the incumbent firm chooses either High Price or Low Price.

The payoff matrix is:

	High Price	Low Price
Enter	2, 2	-1, 3
Stay Out	0, 4	0, 4

a) Determine the Nash Equilibrium of the game.

b) Discuss whether the incumbent firm's threat to charge a low price is credible.

c) Explain how commitment can change the equilibrium outcome. (8+6+6)

Q6 Two firms produce a homogeneous good and compete in quantities (Cournot competition). Market demand is given by:

$P = 100 - Q$

where $Q = q_1 + q_2$

Firm 1 has cost function:

$C_1(q_1) = 10q_1$

Firm 2 has uncertain cost structure. It can be either:

Low-cost type:
$C_2(q_2) = 8q_2$

High-cost type:
$C_2(q_2) = 20q_2$

The probability that Firm 2 is a low-cost type is 0.5.

a) Define the types, strategies and beliefs of the players.

b) Derive the Bayesian Nash Equilibrium.

c) Compare equilibrium output under complete and incomplete information.

d) Briefly explain how incomplete information affects strategic decision-making. (4+5+6+5)

Q7. A worker can be either High ability (H) or Low ability (L). The employer cannot directly observe ability. The worker chooses an education level:

- Degree
- No Degree

The employer observes education level and then offers wage:

- High Wage
- Low Wage

Cost of

education:

- High ability worker: cost = 1
- Low ability worker: cost = 3

a) Represent the above situation as a signaling game.

b) Identify possible separating equilibrium.

c) Identify possible pooling equilibrium.

d) Briefly explain how signaling helps reduce information asymmetry. (5+5+5+5)

Q8 Consider the following stage game:

	Cooperate	Defect
Cooperate	3,3	0,5
Defect	5,0	1,1

This game is repeated infinitely. Players discount future payoffs with discount factor δ ($0 < \delta < 1$).

a) Write the payoff obtained when both players follow grim trigger strategy.

b) Derive the condition on δ for cooperation to be sustained in equilibrium.

c) Explain intuition behind cooperation in repeated interaction. (7+7+6)

1. इस प्रश्न पत्र के मिलते ही सबसे ऊपर अपना रोल नंबर स्पष्ट रूप से लिखें।
2. उत्तर अंग्रेजी या हिंदी में लिखे जा सकते हैं; लेकिन पूरे पेपर में एक ही माध्यम का उपयोग किया जाना चाहिए।
3. प्रश्न पत्र में दो खंड शामिल हैं: अ (A) और ब (B)।
4. खंड अ अनिवार्य है।
5. खंड ब में, किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दें।
6. एक प्रश्न के सभी भागों के उत्तर एक साथ दिए जाने चाहिए।
7. साधारण कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

खंड अ (Section A)

प्रश्न 1. निम्नलिखित सामान्य रूप (normal form) वाले खेल पर विचार कीजिए:

खिलाड़ी 1 / खिलाड़ी 2	**L (बायां)**	**R (दायां)**
U (ऊपर)	4, 2	1, 3
D (नीचे)	2, 4	3, 1

अ) प्रतिद्वंद्वी की प्रत्येक संभावित रणनीति के संगत प्रत्येक खिलाड़ी की सर्वोत्तम प्रतिक्रिया (best response) निर्धारित कीजिए और खेल के सभी शुद्ध रणनीति नैश संतुलन (pure strategy Nash equilibria) की पहचान कीजिए। अपने तर्क की व्याख्या कीजिए।

ब) जांचें कि क्या कोई रणनीति पूर्णतः प्रबल (strictly dominated) या निर्बल रूप से प्रबल (weakly dominated) है। औचित्य प्रदान कीजिए।

स) प्राप्त संतुलन परिणाम के पीछे के आर्थिक अंतर्ज्ञान (economic intuition) की व्याख्या कीजिए। **(5+2+3)**

प्रश्न 2. अ) विस्तृत रूप वाले खेल (extensive form game) में 'सबगेम' (subgame) को परिभाषित कीजिए। गेम ट्री के किसी हिस्से को सबगेम कहलाने के लिए किन शर्तों को पूरा करना चाहिए? एक उपयुक्त उदाहरण के साथ समझाएं।

ब) सबगेम परफेक्ट नैश इक्विलिब्रियम (SPNE) की अवधारणा की व्याख्या कीजिए। एसपीएनई को नैश इक्विलिब्रियम का शोधन (refinement) क्यों माना जाता है? इस प्रश्न के भाग (अ) में आपके द्वारा दिए गए उदाहरण की सहायता से स्पष्ट कीजिए।

स) एक उपयुक्त उदाहरण की सहायता से विस्तृत रूप वाले खेलों में सूचना सेट (information sets) की अवधारणा की व्याख्या कीजिए। सूचना सेट अपूर्ण सूचना का प्रतिनिधित्व कैसे करते हैं? रणनीतिक व्यवहार के विश्लेषण में वे क्यों महत्वपूर्ण हैं?

(3+3+4)

प्रश्न 3. तर्कसंगत खिलाड़ियों के बीच सहयोग कैसे उभर सकता है, भले ही अल्पकालिक प्रोत्साहन विचलन (deviation) को बढ़ावा देते हों। अनंत बार दोहराई जाने वाली अंतःक्रियाओं में संतुलन परिणामों को बनाए रखने में रणनीतियों और दंड तंत्र (punishment mechanisms) की भूमिका की व्याख्या कीजिए। **(10)**

खंड ब (Section B)

प्रश्न 4. दो खिलाड़ियों के बीच निम्नलिखित अनुक्रमिक खेल (sequential game) पर विचार कीजिए:

खिलाड़ी 1 पहले चलता है और रणनीतियों A और B के बीच चयन करता है।

- यदि खिलाड़ी 1, A चुनता है, तो खिलाड़ी 2, C और D के बीच चयन करता है।
- यदि खिलाड़ी 1, B चुनता है, तो खिलाड़ी 2, E और F के बीच चयन करता है।

पेऑफ (खिलाड़ी 1, खिलाड़ी 2) इस प्रकार हैं:

(A,C) = (3,2);

(A,D) = (1,4);

(B,E) = (2,3);

(B,F) = (4,1)

अ) गेम ट्री का उपयोग करके उपरोक्त खेल को विस्तृत रूप में प्रस्तुत कीजिए।

ब) दोनों खिलाड़ियों के लिए उपलब्ध सभी संभावित रणनीतियों की पहचान कीजिए।

स) सबगेम परफेक्ट नैश इक्विलिब्रियम (SPNE) ज्ञात कीजिए।

द) समझाएं कि संतुलन रणनीतियाँ विश्वसनीय (credible) क्यों हैं।

(5+5+5+5)

प्रश्न 5. एक ऐसे बाजार पर विचार कीजिए जहां एक स्थापित फर्म (incumbent) को एक प्रतिद्वंद्वी फर्म द्वारा प्रवेश की संभावना का सामना करना पड़ता है। प्रवेश करने वाले (entrant) को यह तय करना होगा कि बाजार में प्रवेश करना (Enter) है या बाहर रहना (Stay Out) है। प्रवेशकर्ता के निर्णय को देखने के बाद, स्थापित फर्म या तो उच्च मूल्य (High Price) या कम मूल्य (Low Price) चुनती है। पेऑफ मैट्रिक्स है:

	उच्च मूल्य (High Price)	**कम मूल्य (Low Price)**
प्रवेश (Enter)	2, 2	-1, 3
बाहर रहना (Stay Out)	0, 4	0, 4

अ) खेल का नैश संतुलन निर्धारित कीजिए।

ब) चर्चा कीजिए कि क्या स्थापित फर्म की कम कीमत वसूलने की धमकी विश्वसनीय है।

स) समझाएं कि प्रतिबद्धता (commitment) संतुलन परिणाम को कैसे बदल सकती है।

(8+6+6)

प्रश्न 6. दो फर्म एक ही तरह की वस्तु का उत्पादन करती हैं और मात्रा में प्रतिस्पर्धा करती हैं (कूर्नो प्रतिस्पर्धा)। बाजार की मांग दी गई है: P = 100 - Q, जहाँ Q = q_1 + q_2 फर्म 1 का लागत फलन है: C_1(q_1) = 10q_1 फर्म 2 की लागत संरचना अनिश्चित है। यह या तो हो सकती है:

- कम लागत वाली (Low-cost type): C_2(q_2) = 8q_2
- उच्च लागत वाली (High-cost type): C_2(q_2) = 20q_2 इसकी संभावना (probability) कि फर्म 2 कम लागत वाली है, 0.5 है।

अ) खिलाड़ियों के प्रकार (types), रणनीतियों और विश्वासों (beliefs) को परिभाषित कीजिए।

ब) बायेसियन नैश इक्विलिब्रियम (Bayesian Nash Equilibrium) प्राप्त कीजिए।

स) पूर्ण और अपूर्ण सूचना के तहत संतुलन उत्पादन (equilibrium output) की तुलना कीजिए।

द) संक्षेप में समझाएं कि अपूर्ण सूचना रणनीतिक निर्णय लेने को कैसे प्रभावित करती है।

(4+5+6+5)

प्रश्न 7. एक कर्मचारी या तो उच्च क्षमता (H) वाला हो सकता है या कम क्षमता (L) वाला। नियोक्ता सीधे क्षमता का अवलोकन नहीं कर सकता। कर्मचारी शिक्षा का स्तर चुनता है:

डिग्री (Degree) या

कोई डिग्री नहीं (No Degree)।

नियोक्ता शिक्षा के स्तर को देखता है और फिर वेतन की पेशकश करता है:

उच्च वेतन (High Wage) या

कम वेतन (Low Wage)।

शिक्षा की लागत:

- उच्च क्षमता वाला कर्मचारी: लागत = 1

- कम क्षमता वाला कर्मचारी: लागत = 3

अ) उपरोक्त स्थिति को एक सिग्नलिंग गेम (signaling game) के रूप में प्रस्तुत कीजिए।

ब) संभावित पृथक्करण संतुलन (separating equilibrium) की पहचान कीजिए।

स) संभावित पूलिंग संतुलन (pooling equilibrium) की पहचान कीजिए।

द) संक्षेप में समझाएं कि सिग्नलिंग सूचना विषमता (information asymmetry) को कम करने में कैसे मदद करती है। **(5+5+5+5)**

प्रश्न 8. निम्नलिखित चरण खेल (stage game) पर विचार कीजिए:

	सहयोग (Cooperate)	**दोष (Defect)**
सहयोग (Cooperate)	3, 3	0, 5
दोष (Defect)	5, 0	1, 1

यह खेल अनंत बार दोहराया जाता है। खिलाड़ी भविष्य के पेऑफ को डिस्काउंट फैक्टर \delta (0 < \delta < 1) के साथ डिस्काउंट करते हैं।

अ) जब दोनों खिलाड़ी ग्रिम ट्रिगर रणनीति (grim trigger strategy) का पालन करते हैं तो प्राप्त होने वाला पेऑफ लिखें।

ब) संतुलन में सहयोग बनाए रखने के लिए \delta पर शर्त (condition) प्राप्त कीजिए।

स) दोहराई गई अंतःक्रिया (repeated interaction) में सहयोग के पीछे के अंतर्ज्ञान की व्याख्या कीजिए। (7+7+6)

(100)