

[This question paper contains 16 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 6867

L

Unique Paper Code : 2273100024

Name of the Paper : Forecasting Methods for Economics

Name of the Course : Common Pool of DSE

Semester : VI / VIII

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 90

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. This Question paper consists of **three** sections. Attempt **all** questions from **Section I** and any **two** out of **three** from **Sections II** and **III**.
3. Marks are indicated against each question.
4. Use of a simple non-programmable calculator is allowed.
5. Statistical tables are attached for your reference.
6. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. इस तिमाही पत्र में तीन खंड हैं। खंड I के सभी प्रश्नों का उत्तर दें और खंड II और III में से किन्हीं दो प्रश्नों का उत्तर दें।
3. प्रत्येक तिमाही के सामने अंक अंकित हैं।
4. साधारण, गैर-प्रोग्रामेबल कैलकुलेटर का उपयोग करने की अनुमति है।
5. सांख्यिकीय सारणियाँ आपकी जानकारी के लिए संलग्न हैं।
6. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

P.T.O.

SECTION-I*All Questions are compulsory.*

1. (a) Let $e = y - \hat{y}$ denote the forecast error.
- (i) Define a loss function and explain its role in forecast evaluation.
 - (ii) State the desirable properties of a loss function.

- (b) Examine whether the following are valid loss functions :

- (i) $L(e) = e^2$
- (ii) $L(e) = |e|$
- (iii) $L(e) = e^2 + e$

For each valid loss function, state whether it is symmetric or asymmetric.

(5,5)

2. (a) Explain the jury of executive opinion method of forecasting. What are its main advantages and disadvantages?
- (b) Explain the concept of groupthink in forecasting. What are its consequences for decision-making? (5,5)

SECTION-II*Attempt any two questions out of three.*

3. The quarterly electricity production (in units) for two years is given below :

Quarter	Q1	Q2	Q3	Q4
Year 1	100	90	95	115
Year 2	120	110	115	135

- (a) Identify the main pattern in the data and justify whether an additive or multiplicative decomposition model is appropriate.
- (b) Estimate the trend using a 4-quarter centered moving average (show essential steps only).

- (c) Compute the seasonal components using the additive model.
- (d) State one limitation of the moving average method. (3,5,5,2)
4. The quarterly Canadian unemployment rate (% of civilian labor force, seasonally adjusted) is given below :

t	Year	Quarter	(Y _t)
1	1974	Q1	5.4
2	1974	Q2	5.3
3	1974	Q3	5.3
4	1974	Q4	5.6
5	1975	Q1	6.9
6	1975	Q2	7.2
7	1975	Q3	7.2

- (a) Obtain the forecast for 1975 Q4 using a 3-period moving average.
- (b) Obtain the forecast for 1975 Q4 using simple exponential smoothing with $\alpha = 0.7$. Assume $F_2 = Y_1$.
- (c) Compare your two estimates using the MSE accuracy statistics. (5,5,5)
5. The following data relate Total cost Y to units produced X :

Observation	(X)	(Y)
1	5	25
2	2	11
3	8	34
4	4	23
5	6	32

- (a) Estimate the linear regression model $Y = a + bX$.
- (b) Compute R^2 , r_{XY} , and verify that $R^2 = r_{XY}^2$.
- (c) Obtain a 95% prediction interval for Y when $X = 5$. (5,5,5)

SECTION-III

Attempt any two questions out of three.

6. (a) Define an AR(1) and MA(1) process.
 - (b) State the condition for stationarity of AR(1).
 - (c) Show that for an AR(1) process, the autocorrelation function (ACF) is

$$\rho_k = \phi^k$$
 - (d) A time series has the following sample ACF and PACF patterns :
 - (i) ACF declines gradually
 - (ii) PACF cuts off sharply after lag 1
 Identify the appropriate model and justify your answer.
 - (e) Explain how the patterns of ACF and PACF are used to identify AR and MA processes. (4,3,6,4,3)
7. (a) Define cointegration and explain its relationship with non-stationary variables.
 - (b) Derive a simple error-correction model (ECM) starting from a long-run relationship.
 - (c) Explain the economic interpretation of the error-correction term.
 - (d) Prove that ECM is a reparametrization of the general linear autoregressive distributed lag (ARDL) model. (3,6,3,8)
8. (a) Two variables Y_t and X_t are found to be non-stationary in levels but stationary in first differences. A long-run relationship is estimated and residuals $\hat{u}_t$ are obtained

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$$

Explain the Engle-Granger two-step procedure for testing cointegration. How would you use the residuals to test for cointegration, and what conclusion would you draw if $\hat{u}_t$ is stationary? (10)

(b) Consider the following estimated model:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + u_t$$

The estimated results are: $\hat{\beta}_1 = 0.5$ ($t = 2.6$), $\hat{\beta}_2 = 0.4$ ($t = 2.4$), $F = 3.2$. The sample size is $n = 30$. Use 5% level of significance.

- (i) Test whether X Granger-causes Y. Clearly state the null hypothesis, compute the relevant degrees of freedom, and apply the appropriate decision rule.
- (ii) Based only on the individual t-statistics, what conclusion might be drawn about Granger causality? Compare this with the result from part (a).
- (iii) Explain how the inclusion of lagged dependent variables Y_{t-1} , Y_{t-2} affects the interpretation of Granger causality in this model. (4,3,3)

खंड-I

सभी तिमाही अनिवार्य हैं।

1. (क) मान लीजिए $e = y - \hat{y}$ पूर्वानुमान त्रुटि को दर्शाता है।
 - (i) हानि फलन को परिभाषित करें और पूर्वानुमान मूल्यांकन में इसकी भूमिका स्पष्ट करें।
 - (ii) हानि फलन के वांछनीय गुणों का वर्णन कीजिए।

(ख) जाँच करें कि क्या निम्नलिखित हानि फलन वैध हैं :

- (i) $L(e) = e^2$
- (ii) $L(e) = |e|$
- (iii) $L(e) = e^2 + e$

प्रत्येक वैध हानि फलन के लिए, यह बताएं कि वह सममित है या असममित। (5,5)

2. (क) कार्यकारी राय जूरी की पूर्वानुमान पद्धति की व्याख्या कीजिए। इसके मुख्य लाभ और हानियाँ क्या हैं?

P.T.O.

- (ख) पूर्वानुमान में समूह सोच की अवधारणा को स्पष्ट कीजिए। निर्णय लेने पर इसके क्या परिणाम होते हैं? (5,5)

खंड - II

तीन में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

3. दो वर्षों के लिए तिमाही बिजली उत्पादन (यूनिट में) नीचे दिया गया है :

तिमाही	तिमाही 1	तिमाही 2	तिमाही 3	तिमाही 4
वर्ष 1	100	90	95	115
वर्ष 2	120	110	115	135

- (क) आंकड़ों में मुख्य पैटर्न की पहचान करें और यह सिद्ध करें कि योगात्मक या गुणात्मक अपघटन मॉडल उपयुक्त है या नहीं।

- (ख) चार-तिमाही केंद्रित मूविंग एवरेज का उपयोग करके रुझान का अनुमान लगाएं (केवल आवश्यक चरण दिखाएं)।

- (ग) योगात्मक मॉडल का उपयोग करके मौसमी घटकों की गणना करें।

- (घ) मूविंग एवरेज विधि की एक सीमा बताइए। (3,5,5,2)

4. कनाडा की तिमाही बेरोजगारी दर (नागरिक श्रम बल का %, मौसमी रूप से समायोजित) नीचे दी गई है :

टी	वर्ष	तिमाही	(वाईटी)
1	1974	तिमाही 1	5.4
2	1974	तिमाही 2	5.3
3	1974	तिमाही 3	5.3
4	1974	तिमाही 4	5.6
5	1975	तिमाही 5	6.9
6	1975	तिमाही 6	7.2
7	1975	तिमाही 7	7.2

- (क) तीन अवधियों के मूविंग एवरेज का उपयोग करके 1975 की चौथी तिमाही के लिए पूर्वानुमान प्राप्त करें।
- (ख) सरल घातीय समतलीकरण विधि का उपयोग करके 1975 की चौथी तिमाही के लिए पूर्वानुमान प्राप्त करें, जिसमें $\alpha = 0.7$. मान लीजिए $F_2 = Y_1$.
- (ग) एमएसई सटीकता सांख्यिकी का उपयोग करके अपने दोनों अनुमानों की तुलना करें। (5,5,5)

5. निम्नलिखित आंकड़े कुल लागत Y और उत्पादित इकाइयों X के बीच संबंध दर्शाते हैं :

अवलोकन	(एक्स)	(वाई)
1	5	25
2	2	11
3	8	34
4	4	23
5	6	32

- (क) रैखिक प्रतिगमन मॉडल $Y = a + bX$ का अनुमान लगाइए।
- (ख) R^2 , r_{XY} की गणना करें और सत्यापित करें कि $R^2 = r_{XY}^2$ ।
- (ग) जब $X = 5$ हो, तो Y के लिए 95% पूर्वानुमान अंतराल प्राप्त करें। (5,5,5)

खंड - III

तीन में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

6. (क) AR(1) और MA(1) प्रक्रिया को परिभाषित करें।
- (ख) AR(1) की स्थिरता के लिए शर्त बताइए।
- (ग) दिखाइए कि AR(1) प्रक्रिया के लिए, ऑटोकोरिलेशन फंक्शन (ACF) है
- $$\rho_k = \phi^k$$
- (घ) एक समय श्रृंखला में निम्नलिखित नमूना ACF और PACF पैटर्न हैं :
- (i) एसीएफ धीरे-धीरे घटता है

(ii) PACF लैग 1 के बाद अचानक बंद हो जाता है

उपयुक्त मॉडल की पहचान करें और अपने उत्तर का औचित्य सिद्ध करें।

(ड) यह स्पष्ट कीजिए कि एसीएफ और पीएसीएफ के पैटर्न का उपयोग एआर और एमए प्रक्रियाओं की पहचान करने के लिए कैसे किया जाता है। (4,3,6,4,3)

7. (क) सह-एकीकरण को परिभाषित करें और गैर-स्थिर चरों के साथ इसके संबंध को स्पष्ट करें।

(ख) दीर्घकालिक संबंध से शुरू करते हुए एक सरल त्रुटि-सुधार मॉडल (ईसीएम) व्युत्पन्न करें।

(ग) त्रुटि-सुधार पद की आर्थिक व्याख्या स्पष्ट कीजिए।

(घ) सिद्ध कीजिए कि ईसीएम सामान्य रैखिक ऑटोरेग्रेसिव डिस्ट्रीब्यूटेड लैग (एआरडीएल) मॉडल का एक रीपैरामीट्राइजेशन है। (3,6,3,8)

8. (क) दो चर Y_t और X_t स्तरों में गैर-स्थिर लेकिन प्रथम अंतरों में स्थिर पाए जाते हैं। एक दीर्घकालिक संबंध का अनुमान लगाया जाता है और अवशिष्ट $\hat{u}_t$ प्राप्त किए जाते हैं।

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$$

कॉइन्टिग्रेशन के परीक्षण के लिए एंगल-ग्रेंजर दो-चरणीय प्रक्रिया की व्याख्या कीजिए। आप कॉइन्टिग्रेशन का परीक्षण करने के लिए अवशिष्टों का उपयोग कैसे करेंगे, और यदि $\hat{u}_t$ स्थिर है तो आप क्या निष्कर्ष निकालेंगे? द्वा10)

(ख) निम्नलिखित अनुमानित मॉडल पर विचार करें:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + u_t$$

अनुमानित परिणाम हैं: $\hat{\beta}_1 = 0.5$ ($t = 2.6$), $\hat{\beta}_2 = 0.4$ ($t = 2.4$), $F = 3.2$ नमूना आकार $n = 30$ है। 5% सार्थकता स्तर का प्रयोग करें।

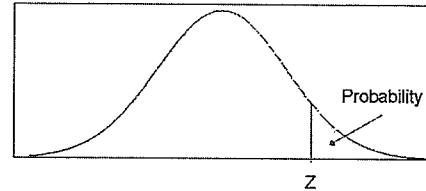
(i) जाँच करें कि क्या X , Y का ग्रेंजर-कारण है। शून्य परिकल्पना को स्पष्ट रूप से बताएँ और प्रासंगिक गणना करें। स्वतंत्रता की डिग्री का आकलन करें और उचित निर्णय नियम लागू करें।

(ii) केवल व्यक्तिगत टी-सांख्यिकी के आधार पर, ग्रेंजर कार्य-कारणता के बारे में क्या निष्कर्ष निकाला जा सकता है? इसकी तुलना भाग (क) के परिणाम से करें।

(iii) विलंबित आश्रित चर Y_{t-1} और Y_{t-2} को शामिल करने से क्या प्रभाव पड़ता है, यह स्पष्ट कीजिए। इस मॉडल में ग्रेंजर कारणता की व्याख्या। (4,3,3)

A: Normal probabilities

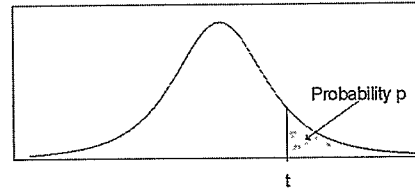
Table entry is the probability in the right-hand tail of a standard normal distribution (mean 0 and standard deviation 1). For negative values of z , probabilities are found by symmetry.



z	Second decimal place of z									
	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002

B: Critical values for t statistic

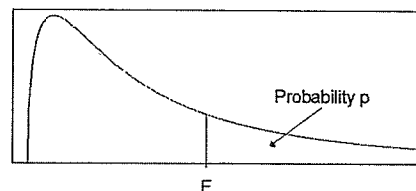
Table entry is the point t with the probability p lying above it. The first column gives the degrees of freedom. Use symmetry for negative t values.



df	Tail probability p				
	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66
2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60
5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71
7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01
14	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70
50	1.30	1.68	2.01	2.40	2.68
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66
70	1.29	1.67	1.99	2.38	2.65
80	1.29	1.66	1.99	2.37	2.64
90	1.29	1.66	1.99	2.37	2.63
100	1.29	1.66	1.98	2.36	2.63
∞	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58
	80%	90%	95%	98%	99%
	Confidence level				

C: Critical values for F statistic

Table entry is the point F with the probability p lying above it. The first column gives the df in the denominator, the column headings give the df in the numerator. The second column gives the value of p .



denom. df_2	p	numerator df_1									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.10	39.9	49.5	53.6	55.8	57.2	58.2	58.9	59.4	59.9	60.2
	0.05	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9
	0.01	4052.2	4999.5	5403.4	5624.6	5763.6	5859.0	5928.4	5981.1	6022.5	6055.8
2	0.10	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39
	0.05	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
	0.01	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40
3	0.10	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23
	0.05	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
	0.01	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23
4	0.10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92
	0.05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
	0.01	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55
5	0.10	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30
	0.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
	0.01	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05
6	0.10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94
	0.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
	0.01	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87
7	0.10	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70
	0.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
	0.01	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62
8	0.10	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54
	0.05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
	0.01	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81
9	0.10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42
	0.05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
	0.01	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26
10	0.10	3.28	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32
	0.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
	0.01	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85

11	12	13	14	15	20	25	30	60	120	∞
60.5	60.7	60.9	61.1	61.2	61.7	62.1	62.3	62.8	63.1	63.3
243.0	243.9	244.7	245.4	245.9	248.0	249.3	250.1	252.2	253.3	254.3
6083.3	6106.3	6125.9	6142.7	6157.3	6208.7	6239.8	6260.6	6313.0	6339.4	6365.8
9.40	9.41	9.41	9.42	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.48	9.49
19.40	19.41	19.42	19.42	19.43	19.45	19.46	19.46	19.48	19.49	19.50
99.40	99.42	99.42	99.43	99.43	99.45	99.46	99.47	99.48	99.49	99.50
5.22	5.22	5.21	5.20	5.2	5.18	5.17	5.17	5.15	5.14	5.13
8.76	8.74	8.73	8.71	8.7	8.66	8.63	8.62	8.57	8.55	8.53
27.13	27.05	26.98	26.92	26.9	26.69	26.58	26.50	26.32	26.22	26.13
3.91	3.90	3.89	3.88	3.87	3.84	3.83	3.82	3.79	3.78	3.76
5.94	5.91	5.89	5.87	5.86	5.80	5.77	5.75	5.69	5.66	5.63
14.45	14.37	14.31	14.25	14.20	14.02	13.91	13.84	13.65	13.56	13.46
3.28	3.27	3.26	3.25	3.24	3.21	3.19	3.17	3.14	3.12	3.10
4.70	4.68	4.66	4.64	4.62	4.56	4.52	4.50	4.43	4.40	4.36
9.96	9.89	9.82	9.77	9.72	9.55	9.45	9.38	9.20	9.11	9.02
2.92	2.90	2.89	2.88	2.87	2.84	2.81	2.80	2.76	2.74	2.72
4.03	4.00	3.98	3.96	3.94	3.87	3.83	3.81	3.74	3.70	3.67
7.79	7.72	7.66	7.60	7.56	7.40	7.30	7.23	7.06	6.97	6.88
2.68	2.67	2.65	2.64	2.63	2.59	2.57	2.56	2.51	2.49	2.47
3.60	3.57	3.55	3.53	3.51	3.44	3.40	3.38	3.30	3.27	3.23
6.54	6.47	6.41	6.36	6.31	6.16	6.06	5.99	5.82	5.74	5.65
2.52	2.50	2.49	2.48	2.46	2.42	2.40	2.38	2.34	2.32	2.29
3.31	3.28	3.26	3.24	3.22	3.15	3.11	3.08	3.01	2.97	2.93
5.73	5.67	5.61	5.56	5.52	5.36	5.26	5.20	5.03	4.95	4.86
2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.30	2.27	2.25	2.21	2.18	2.16
3.10	3.07	3.05	3.03	3.01	2.94	2.89	2.86	2.79	2.75	2.71
5.18	5.11	5.05	5.01	4.96	4.81	4.71	4.65	4.48	4.40	4.31
2.30	2.28	2.27	2.26	2.24	2.20	2.17	2.16	2.11	2.08	2.06
2.94	2.91	2.89	2.86	2.84	2.77	2.73	2.70	2.62	2.58	2.54
4.77	4.71	4.65	4.60	4.56	4.41	4.31	4.25	4.08	4.00	3.91

	<i>p</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	0.10	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25
	0.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85
	0.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54
12	0.10	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19
	0.05	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
	0.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30
13	0.10	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14
	0.05	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67
	0.01	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10
14	0.10	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10
	0.05	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
	0.01	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94
15	0.10	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06
	0.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
	0.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80
16	0.10	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03
	0.05	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
	0.01	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69
17	0.10	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00
	0.05	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45
	0.01	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59
18	0.10	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98
	0.05	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
	0.01	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51
19	0.10	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96
	0.05	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38
	0.01	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43
20	0.10	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94
	0.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
	0.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37
21	0.10	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92
	0.05	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32
	0.01	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31
22	0.10	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90
	0.05	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30
	0.01	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26

11	12	13	14	15	20	25	30	60	120	∞
2.23	2.21	2.19	2.18	2.17	2.12	2.10	2.08	2.03	2.00	1.97
2.82	2.79	2.76	2.74	2.72	2.65	2.60	2.57	2.49	2.45	2.40
4.46	4.40	4.34	4.29	4.25	4.10	4.01	3.94	3.78	3.69	3.60
2.17	2.15	2.13	2.12	2.10	2.06	2.03	2.01	1.96	1.93	1.90
2.72	2.69	2.66	2.64	2.62	2.54	2.50	2.47	2.38	2.34	2.30
4.22	4.16	4.10	4.05	4.01	3.86	3.76	3.70	3.54	3.45	3.36
2.12	2.10	2.08	2.07	2.05	2.01	1.98	1.96	1.90	1.88	1.85
2.63	2.60	2.58	2.55	2.53	2.46	2.41	2.38	2.30	2.25	2.21
4.02	3.96	3.91	3.86	3.82	3.66	3.57	3.51	3.34	3.25	3.17
2.07	2.05	2.04	2.02	2.01	1.96	1.93	1.91	1.86	1.83	1.80
2.57	2.53	2.51	2.48	2.46	2.39	2.34	2.31	2.22	2.18	2.13
3.86	3.80	3.75	3.70	3.66	3.51	3.41	3.35	3.18	3.09	3.00
2.04	2.02	2.00	1.99	1.97	1.92	1.89	1.87	1.82	1.79	1.76
2.51	2.48	2.45	2.42	2.40	2.33	2.28	2.25	2.16	2.11	2.07
3.73	3.67	3.61	3.56	3.52	3.37	3.28	3.21	3.05	2.96	2.87
2.01	1.99	1.97	1.95	1.94	1.89	1.86	1.84	1.78	1.75	1.72
2.46	2.42	2.40	2.37	2.35	2.28	2.23	2.19	2.11	2.06	2.01
3.62	3.55	3.50	3.45	3.41	3.26	3.16	3.10	2.93	2.84	2.75
1.98	1.96	1.94	1.93	1.91	1.86	1.83	1.81	1.75	1.72	1.69
2.41	2.38	2.35	2.33	2.31	2.23	2.18	2.15	2.06	2.01	1.96
3.52	3.46	3.40	3.35	3.31	3.16	3.07	3.00	2.83	2.75	2.65
1.95	1.93	1.92	1.90	1.89	1.84	1.80	1.78	1.72	1.69	1.66
2.37	2.34	2.31	2.29	2.27	2.19	2.14	2.11	2.02	1.97	1.92
3.43	3.37	3.32	3.27	3.23	3.08	2.98	2.92	2.75	2.66	2.57
1.93	1.91	1.89	1.88	1.86	1.81	1.78	1.76	1.70	1.67	1.63
2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.16	2.11	2.07	1.98	1.93	1.88
3.36	3.30	3.24	3.19	3.15	3.00	2.91	2.84	2.67	2.58	2.49
1.91	1.89	1.87	1.86	1.84	1.79	1.76	1.74	1.68	1.64	1.61
2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.12	2.07	2.04	1.95	1.90	1.84
3.29	3.23	3.18	3.13	3.09	2.94	2.84	2.78	2.61	2.52	2.42
1.90	1.88	1.86	1.84	1.83	1.78	1.74	1.72	1.66	1.62	1.59
2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.10	2.05	2.01	1.92	1.87	1.81
3.24	3.17	3.12	3.07	3.03	2.88	2.78	2.72	2.55	2.46	2.36
1.88	1.86	1.84	1.83	1.81	1.76	1.73	1.70	1.64	1.60	1.57
2.26	2.23	2.20	2.17	2.15	2.07	2.02	1.98	1.89	1.84	1.78
3.18	3.12	3.07	3.02	2.98	2.83	2.73	2.67	2.50	2.40	2.31

	<i>p</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
23	0.10	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89
	0.05	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27
	0.01	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21
24	0.10	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88
	0.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25
	0.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17
25	0.10	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87
	0.05	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24
	0.01	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13
26	0.1	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86
	0.05	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22
	0.01	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09
27	0.10	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85
	0.05	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20
	0.01	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06
28	0.1	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84
	0.05	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19
	0.01	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03
29	0.10	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83
	0.05	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18
	0.01	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00
30	0.10	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82
	0.05	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
	0.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98
40	0.10	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76
	0.05	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
	0.01	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80
50	0.10	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80	1.76	1.73
	0.05	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03
	0.01	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78	2.70
60	0.10	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71
	0.05	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99
	0.01	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63
100	0.1	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69	1.66
	0.05	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93
	0.01	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50
200	0.10	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	1.63
	0.05	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88
	0.01	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41
1,000	0.10	2.71	2.31	2.09	1.95	1.85	1.78	1.72	1.68	1.64	1.61
	0.05	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84
	0.01	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.42	2.34

11	12	13	14	15	20	25	30	60	120	∞
1.87	1.84	1.83	1.81	1.80	1.74	1.71	1.69	1.62	1.59	1.55
2.24	2.20	2.18	2.15	2.13	2.05	2.00	1.96	1.86	1.81	1.76
3.14	3.07	3.02	2.97	2.93	2.78	2.69	2.62	2.45	2.35	2.26
1.85	1.83	1.81	1.80	1.78	1.73	1.70	1.67	1.61	1.57	1.53
2.22	2.18	2.15	2.13	2.11	2.03	1.98	1.94	1.84	1.79	1.73
3.09	3.03	2.98	2.93	2.89	2.74	2.64	2.58	2.40	2.31	2.21
1.84	1.82	1.80	1.79	1.77	1.72	1.68	1.66	1.59	1.56	1.52
2.20	2.16	2.14	2.11	2.09	2.01	1.96	1.92	1.82	1.77	1.71
3.06	2.99	2.94	2.89	2.85	2.70	2.60	2.54	2.36	2.27	2.17
1.83	1.81	1.79	1.77	1.76	1.71	1.67	1.65	1.58	1.54	1.50
2.18	2.15	2.12	2.09	2.07	1.99	1.94	1.90	1.80	1.75	1.69
3.02	2.96	2.90	2.86	2.82	2.66	2.57	2.50	2.33	2.23	2.13
1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.70	1.66	1.64	1.57	1.53	1.49
2.17	2.13	2.10	2.08	2.06	1.97	1.92	1.88	1.79	1.73	1.67
2.99	2.93	2.87	2.82	2.78	2.63	2.54	2.47	2.29	2.20	2.10
1.81	1.79	1.77	1.75	1.74	1.69	1.65	1.63	1.56	1.52	1.48
2.15	2.12	2.09	2.06	2.04	1.96	1.91	1.87	1.77	1.71	1.65
2.96	2.90	2.84	2.79	2.75	2.60	2.51	2.44	2.26	2.17	2.06
1.80	1.78	1.76	1.75	1.73	1.68	1.64	1.62	1.55	1.51	1.47
2.14	2.10	2.08	2.05	2.03	1.94	1.89	1.85	1.75	1.70	1.64
2.93	2.87	2.81	2.77	2.73	2.57	2.48	2.41	2.23	2.14	2.03
1.79	1.77	1.75	1.74	1.72	1.67	1.63	1.61	1.54	1.50	1.46
2.13	2.09	2.06	2.04	2.01	1.93	1.88	1.84	1.74	1.68	1.62
2.91	2.84	2.79	2.74	2.70	2.55	2.45	2.39	2.21	2.11	2.01
1.74	1.71	1.70	1.68	1.66	1.61	1.57	1.54	1.47	1.42	1.38
2.04	2.00	1.97	1.95	1.92	1.84	1.78	1.74	1.64	1.58	1.51
2.73	2.66	2.61	2.56	2.52	2.37	2.27	2.20	2.02	1.92	1.80
1.70	1.68	1.66	1.64	1.63	1.57	1.53	1.50	1.42	1.38	1.33
1.99	1.95	1.92	1.89	1.87	1.78	1.73	1.69	1.58	1.51	1.44
2.62	2.56	2.51	2.46	2.42	2.27	2.17	2.10	1.91	1.80	1.68
1.68	1.66	1.64	1.62	1.60	1.54	1.50	1.48	1.40	1.35	1.29
1.95	1.92	1.89	1.86	1.84	1.75	1.69	1.65	1.53	1.47	1.39
2.56	2.50	2.44	2.39	2.35	2.20	2.10	2.03	1.84	1.73	1.60
1.64	1.61	1.59	1.57	1.56	1.49	1.45	1.42	1.34	1.28	1.21
1.89	1.85	1.82	1.79	1.77	1.68	1.62	1.57	1.45	1.38	1.28
2.43	2.37	2.31	2.27	2.22	2.07	1.97	1.89	1.69	1.57	1.43
1.60	1.58	1.56	1.54	1.52	1.46	1.41	1.38	1.29	1.23	1.14
1.84	1.80	1.77	1.74	1.72	1.62	1.56	1.52	1.39	1.30	1.19
2.34	2.27	2.22	2.17	2.13	1.97	1.87	1.79	1.58	1.45	1.28
1.58	1.55	1.53	1.51	1.49	1.43	1.38	1.35	1.25	1.18	1.06
1.80	1.76	1.73	1.70	1.68	1.58	1.52	1.47	1.33	1.24	1.08
2.27	2.20	2.15	2.10	2.06	1.90	1.79	1.72	1.50	1.35	1.11