[This question paper contains 16 printed pages.]

Your Roll No...............

Sr. No. of Question Paper : 7352 **K**

Unique Paper Code : 2412082301

Name of the Paper : Business Mathematics

Name of the Course : **B.Com. (H) – DSC**

Semester : III

Duration : 3 Hours Maximum Marks : 90

समय : 3 घण्टे पूर्णांक : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Attempt **all** questions.
3. Parts of the questions should be attempted together.
4. **All** questions carry equal marks.
5. Use of a Simple Calculator is allowed.
6. Log Tables, Exponential Tables, Present Value and Future value tables will be provided on demand.
7. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. **सभी** प्रश्नों का उत्तर दें।
3. प्रश्नों के सभी भाग एक साथ करें।
4. **सभी** प्रश्न समान अंक के हैं।
5. साधारण कैलकुलेटर का उपयोग अनुमति है।
6. लॉग टेबल, एक्सपोनेंशियल टेबल, प्रेजेंट वैल्यू एवं फ्यूचर वैल्यू टेबल आवश्यकता अनुसार उपलब्ध कराई जाएँगी।
7. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

1. (a) For two industries, input-output relationship (in units) is as follows :

Industry	I	II	Final Demand	Gross Output
I	20	40	40	100
II	30	50	40	120
Labour Days	200	300		

Using matrix notations, determine:

(i) Gross output required to satisfy the new final demand of 110 units and 220 units for industry I and II respectively.

(ii) Total requirement of labour days.

(iii) Total value addition, if labour cost is ₹200 per labour day.

(iv) Determine if the system viable using Hawkins - Simon conditions of viability? (12)

OR

(b) For a three-sector economy, the input-output coefficients, a_{ij} are :

$a_{11} = 0.5$, $a_{21} = 0.2$, $a_{31} = 0.1$, $a_{12} = 0.1$, $a_{22} = 0.6$, $a_{32} = 0.2$, $a_{13} = 0.1$, $a_{23} = 0.2$, $a_{33} = 0.6$.

(i) Determine the gross output for the three sectors when the final demand values for them are 21,000, 42,000 and 63,000 units respectively.

(ii) Determine the new level of output if the final demand increases by 1500, 3000 and 4500 units. (12)

(c) A firm purchases two machines at a cost of ₹31,000 and ₹35,000 respectively. Both machines have a useful life of 4 years and have zero salvage values at the end of 4 years. Find the depreciation of each machine for each year using matrix notation if :

(i) Both machines are depreciated by the straight-line method.

(ii) First machine is depreciated by straight-line method and second by the sum of years digit method. (6)

OR

(d) A firm produces three products X, Y and Z processed on three machines M_1, M_2 and M_3 before completion. M_1 can process 25 units of X or 50 units of Y or 75 units of Z per hour. M_2 can process 50 units of any one product per hour. M3 can process 50 or 25 or 100 units per hour of products X, Y and Z respectively. The processing hours available on machines M_1, M_2 and M_3 are 12, 12 and 13 respectively. Using matrix inverse or Cramer's rule, calculate how many units of three products can be produced per day? (6)

2. (a) (i) Find the elasticity of supply for the supply function: $x = 2p^2 + 5$, when $p = 3$.

(ii) The demand x as a function of income y is given by $30x = 10 + 2y$ Calculate the value of income elasticity of demand when $y = 250$.

(9)

OR

(b) A firm has a demand curve $x = 219 - 3p$ and average cost curve $AC = 8 + \frac{x}{75}$ where p is the price per kg and x is the output (in kg). Determine the output at which the maximum profit can be earned. Calculate the corresponding maximum profit. (9)

(c) A machine costs ₹11,300. The total cost of operation from the time of purchase up to a time t is given by the function: $80t^2 + 0.3t$. If the machinery is sold as scrap after t years, the resale value is given by the function $7800 - 60t^2$. Find the optimal time for replacement of the machine. (9)

OR

(d) The demand functions for two commodities are :

$$Q_1 = 2000 + \frac{400}{p_1+3} - 50p_2 \text{ and } Q_2 = 2000 + \frac{500}{p_1+4} - 100p_2.$$

(i) Calculate all the four partial elasticities of demand when $p_1 = 5$ and $p_2 = 1$.

(ii) Comment on the nature of commodities. (9)

3. (a) A production function is given by $Q = 25\,L^{3/5}\,K^{2/5}$ where L are the units of labour and K units of capital.

(i) Find the behaviour of the marginal product of each factor.

(ii) What is the nature of returns to scale?

(iii) What is the total reward of labour and capital if each factor is paid a price equal to its marginal product? (9)

OR

(b) Find the elasticity of substitution for the following function :

$$Q = 75(0.3\,K^{-04} + 0.7\,L^{-04})^{-25}$$ (9)

(c) The price elasticity of demand of a commodity is $E_p = P/[(P-1)(P-2)]$ where P is the price per unit. Find the corresponding demand function if the demand is 4 units when price is ₹3. (9)

OR

(d) If the supply function for a particular commodity is $100p = (x+20)^2$ and the market price is ₹25, find the producers surplus by two methods:

(i) Integrate with respect to x,

(ii) Integrate with respect to p. (9)

4. Solve any three :

(a) A man made a deposit of ₹2500 in a savings account. The deposit was left to accumulate at 4% compounded quarterly for the first 7 years and at 12% compounded semiannually for the next 8 years. Find the compound amount at the end of 15 years.

(b) The sums of ₹2000, ₹3000 and ₹4000 are due at the end of 2, 4 and 8 years respectively. It is proposed to replace the series of payments by a single sum of ₹9000 payable at the end of n years. If the rate of interest is 10% per annum effective, find the value of n.

(c) A machine costing ₹5600 will depreciate to a scrap value of ₹1951 in 10 years. Find the rate of depreciation.

(d) Find the present value of an annuity consisting of 41 monthly payments of ₹100 each, the first being made at the end of 2 years and money is worth 6% compounded annually.

(e) Machine A costs ₹10,000 and has a useful life of 8 years. Machine B costs ₹8000 and has a useful life of 6 years. Suppose Machine A generates annual labour savings of ₹2000 while machine B generates an annual labour savings of ₹1800. Assuming the time value of money is 10% per annum, which machine is preferable? (3×6)

5. A firm manufacturing office furniture provides the following information regarding usage and availability of resources and profit per unit :

Resources	**Usage per unit**			**Availability**
	Tables	**Chairs**	**Book Case**	
Timber (cu. ft.)	8	4	3	640
Assembly Department (Man Hours)	4	6	2	540
Finishing Department (Man Hours)	1	1	1	100
Profit per Unit (₹)	30	20	12	

Formulate the LPP and solve using the simplex method to determine its optimal product mix. (18)

OR

(a) A company produces two types of pens, A and B. Pen A is superior in quality while Pen B is of lower quality. Net profits on pen A and pen B are ₹50 and ₹30 respectively. Raw material required for pen A is twice as that

of pen B. The supply of raw material is sufficient only for 1000 pens of B per day. Pen A requires a special nib and only 400 such nibs are available. For pen B, only 700 nibs are available in a day. Formulate the problem as a Linear Programming Problem. DO NOT SOLVE. (6)

(b) Given below is the simplex table for a maximization type of LPP:

	Cj →	3	4	0	0	Solution
Cj	Basic Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	
		1	1	1	0	6
		1	0	-1	1	2

Answer the following questions :

(i) Complete the given table.

(ii) How many units of the two products X_1 and X_2 are being produced according to this solution and what is the total profit?

(iii) Is the solution optimal? Give reason(s).

(iv) Is this solution degenerate? Give reason(s).

(v) Is this solution feasible? Give reason(s).

(vi) A customer would like to buy one unit of the product X_1 and is willing to pay in excess of the normal price in order to get it. How much should the price be increased to ensure no reduction in profit?

(vii) If S_1 is slack in machine A (in hours/week) and S_2 is slack in machine B (in hours per week), which of these machines is being used to the full capacity when producing according to the solution?

(viii) What are the shadow prices of the two resources?

(ix) Which of the two resources are lying unused and which is fully utilized? (12)

1. (क) दो उद्योगों के लिए इनपुट–आउटपुट संबंध (इकाइयों में) इस प्रकार है :

उद्योग	I	II	अंतिम माँग	सकल उत्पादन
I	20	40	40	100
II	30	50	40	120
श्रम दिवस	200	300		

मैट्रिक्स संकेतों का उपयोग करते हुए निर्धारित करें :

(i) उद्योग I व II के लिए क्रमशः 110 व 220 इकाइयों की नई अंतिम मांग को पूरा करने हेतु आवश्यक सकल उत्पादन।

(ii) कुल आवश्यक श्रम दिवस।

(iii) कुल मूल्य वर्धन, यदि श्रम लागत ₹200 प्रति श्रम दिवस है।

(iv) हॉकिन्स-सिमॉन्स शर्तों के अनुसार जाँचें कि प्रणाली व्यवहार्य है या नहीं। (12)

या

(ख) तीन-क्षेत्रीय अर्थव्यवस्था के लिए इनपुट-आउटपुट गुणांक a_{ij} निम्न हैं :

$a_{11} = 0.5$, $a_{21} = 0.2$, $a_{31} = 0.1$, $a_{12} = 0.1$, $a_{22} = 0.6$, $a_{32} = 0.2$, $a_{13} = 0.1$, $a_{23} = 0.2$, $a_{33} = 0.6$.

(i) जब अंतिम माँग क्रमशः 21000, 42000 और 63000 इकाइयाँ है, तब तीनों क्षेत्रों के लिए सकल उत्पादन ज्ञात करें।

(ii) यदि अंतिम मांग 1500, 3000 और 4500 इकाइयों से बढ़ जाए, तब नया उत्पादन स्तर ज्ञात करें। (12)

(ग) एक फर्म दो मशीनें ₹31,000 व ₹35,000 में खरीदती है। दोनों मशीनों की उपयोगी आयु 4 वर्ष है तथा अवशिष्ट मूल्य शून्य है। मैट्रिक्स संकेत का उपयोग करके प्रत्येक वर्ष का मूल्यह्रास ज्ञात करें यदि :

(i) दोनों मशीनों को सीधी रेखा पद्धति से मूल्यह्रास किया जाए।

(ii) पहली मशीन सीधी रेखा पद्धति से तथा दूसरी वर्षों के अंकों का योग विधि से मूल्यह्रास किया जाए। (6)

या

(घ) एक फर्म तीन उत्पाद X, Y, Z का उत्पादन करती है जिन्हें मशीन M_1, M_2, M_3 पर प्रोसेस किया जाता है।

M_1: X=25 इकाइयाँ/घंटा, Y=50, Z=75

M_2: किसी भी एक उत्पाद की 50 इकाइयाँ/घंटा

M_3: X=50, Y=25, Z=100 इकाइयाँ/घंटा

M_1, M_2, M_3 के उपलब्ध घंटे: 12, 12, 13 क्रमशः

मैट्रिक्स इनवर्स या क्रेमर नियम से निर्धारित करें कि एक दिन में X, Y, Z के कितने यूनिट बनाए जा सकते हैं। (6)

2. (क) (i) दिए गए आपूर्ति फलन $x = 2p^2 + 5$ के लिए, p=3 पर आपूर्ति लोच ज्ञात करें।

(ii) आय y पर आधारित माँग $30x = 10 + 2y$ है। y=250 पर माँग की आय-लोच ज्ञात करें। (9)

या

(ख) एक फर्म की माँग व औसत लागत वक्र :

$x = 219 - 3p$

$AC = 8 + \frac{x}{75}$

लाभ अधिकतम करने वाले उत्पादन स्तर तथा अधिकतम लाभ का मान ज्ञात करें। (9)

(ग) एक मशीन की लागत ₹11300 है। समय t तक कुल संचालन लागत $= 80t^2 + 0.3t$ स्क्रैप मूल्य $= 7800 - 60t^2$ इष्टतम प्रतिस्थापन समय ज्ञात करें। (9)

या

(क) दो वस्तुओं के लिए माँग फलन :

$$Q_1 = 2000 + \frac{400}{p_1+3} - 50p_2$$

$$Q_2 = 2000 + \frac{500}{p_1+4} - 100p_2.$$

(i) $p_1 = 5, p_2 = 1$ पर सभी चार आंशिक लोचें ज्ञात करें।

(ii) वस्तुओं की प्रकृति पर टिप्पणी करें। (9)

3. (क) उत्पादन फलन : $Q = 25\ L^{3/5}\ K^{2/5}$

(i) प्रत्येक इनपुट के सीमान्त उत्पाद का व्यवहार ज्ञात करें।

(ii) प्रतिफल (returns to scale) की प्रकृति ज्ञात करें।

(iii) यदि प्रत्येक इनपुट को उसके सीमान्त उत्पाद के बराबर भुगतान मिले तो कुल भुगतान ज्ञात करें। (9)

या

(ख) उपयुक्त फलन $Q = 75(0.3\ K^{-04} + 0.7\ L^{-04})^{-25}$ के लिए प्रतिस्थापन लोच ज्ञात करें। (9)

(ग) यदि मूल्य-लोच $E_p = P/[(P - 1)(P - 2)$, और P=3 पर माँग = 4 है, तो माँग फलन ज्ञात करें। (9)

या

(घ) आपूर्ति फलन : $100p = (x+20)^2$ बाजार मूल्य ₹25 है। उत्पादक अधिशेष दो विधियों से ज्ञात करें :

(i) x के सापेक्ष समाकलन

(ii) p के सापेक्ष समाकलन (9)

4. किसी भी **तीन** हल करें :

(क) ₹2500 की जमा राशि 7 वर्ष तक 4% तिमाही चक्रवृद्धि से तथा अगले 8 वर्ष 12% अर्ध-वार्षिक चक्रवृद्धि से बढ़ती है। 15 वर्ष बाद राशि ज्ञात करें।

(ख) ₹2000, ₹3000, ₹4000 क्रमशः 2, 4, 8 वर्ष बाद देय हैं। इन्हें ₹9000 की एकल राशि (n वर्ष बाद) से बदला जाना है। ब्याज दर 10% है। n ज्ञात करें।

(ग) ₹5600 की मशीन 10 वर्ष में ₹1951 हो जाती है – मूल्यह्रास दर ज्ञात करें।

(घ) 41 मासिक किस्तों ₹100 की (पहली किस्त 2 वर्ष बाद) का वर्तमान मूल्य ज्ञात करें यदि ब्याज दर 6% वार्षिक है।

(ङ) मशीन A: लागत ₹10000, आयु 8 वर्ष, वार्षिक बचत ₹2000

मशीन B: लागत ₹8000, आयु 6 वर्ष, वार्षिक बचत ₹1800

10% ब्याज दर पर कौन बेहतर है? (3×6=18)

5. एक फर्नीचर निर्माता के लिए संसाधन व लाभ तालिका :

संसाधन	टेबल	कुर्सी	बुककेस	उपलब्धता
टिम्बर (cu ft)	8	4	3	640
असेंबली घंटा	4	6	2	540
फिनिशिंग घंटा	1	1	1	100
प्रति यूनिट लाभ	30	20	12	

एलपीपी बनाएँ तथा सिंप्लैक्स विधि से इष्टतम उत्पाद मिश्रण ज्ञात करें। (18)

या

(क) एक कंपनी दो प्रकार की पेन A व B बनाती है। पेन A का लाभ ₹50, पेन B का ₹30 है। पेन A में B की तुलना में दुगना कच्चा माल लगता है। उपलब्ध कच्चे माल से B की 1000 पेन बन सकती हैं। A के लिए विशेष निब चाहिए – केवल 400 उपलब्ध है। B के लिए 700 निब उपलब्ध है। एलपीपी बनाइये, हल न करें। (6)

(ख) दी गई सिंप्लैक्स तालिका से :

	Cj →	3	4	0	0	Solution
Cj	**Basic Variable**	**X_1**	**X_2**	**S_1**	**S_2**	
		1	1	1	0	6
		1	0	-1	1	2

(i) तालिका पूर्ण करें।

(ii) X_1 व X_2 का उत्पादन व कुल लाभ।

(iii) क्या समाधान इष्टतम है?

(iv) क्या यह क्षयवान है?

(v) क्या समाधान व्यवहार्य है?

(vi) X_1 की 1 इकाई अतिरिक्त बेचने हेतु मूल्य कितना बढ़ाएँ?

(vii) कौन-सी मशीन पूर्ण क्षमता पर?

(viii) छाया कीमतें क्या हैं?

(ix) कौन-से संसाधन उपयोग हुए/बचे? (12)