[This question paper contains 12 printed pages.]

Your Roll No................

Sr. No. of Question Paper : 5007 **K**

Unique Paper Code : 2272103501

Name of the Paper : Game Theory and Strategic Interactions

Name of the Course : **B.A. (Hons.) Economics – DSC**

Semester : V

Duration : 3 Hours Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. There are **two** sections in this paper, **Section A** and **Section B**.
3. Question in **Section A** is compulsory to attempt.
4. In **Section B**, there are **five** questions in all, attempt any **three** questions.
5. All parts of a question must be answered together.
6. Use of a simple calculator is allowed.
7. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए ।
2. इस प्रश्न-पत्र में दो खंड हैं । **खंड-क** तथा **खंड-ख** ।
3. **खंड-क** का प्रश्न अनिवार्य है ।
4. **खंड-ख** में कुल पाँच प्रश्न हैं, इनमें से कोई **तीन** प्रश्न हल कीजिए ।
5. किसी प्रश्न के सभी भाग एक साथ ही हल कीजिए ।
6. साधारण कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति है ।
7. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

Section A (खंड क)

1. (a) Consider the following normal form game between Player 1 and Player 2 :

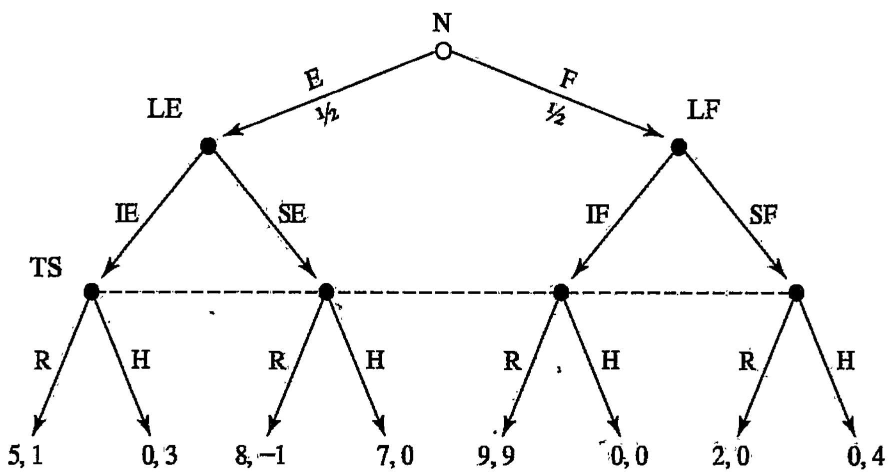
Player 1\Player 2	X	Y
P	(3, 4)	(7, 1)
Q	(5, -3)	(2, 2)
R	(1, 6)	(6, 3)

(i) Write down the best response functions for both players and represent them graphically on a best response diagram. Does the game have any pure strategy Nash Equilibrium (NE)? Justify your answer. (8)

(ii) Define strictly dominated and weakly dominated strategies. Identify any dominated actions for each player, if any, and eliminate them systematically (if possible). Find the mixed strategy Nash Equilibrium (MNE) of the game, if it exists. Show all necessary calculations and reasoning. (12)

(b) Consider a scenario in which a technology start-up (TS) is contemplating a strategic partnership with a large, established firm (L) in the same industry. Firm L may be one of two types: a *Friend* (F), genuinely interested in a mutually beneficial collaboration, or an *Enemy* (E), whose objective is to extract trade secrets for its own competitive advantage. Firm L knows its

own type, but TS does not; it assigns equal probability to each possibility. Prior to any information exchange, firm L chooses an action: either to *Invest* (I), signalling a commitment to the partnership, or to *Sabotage* (S), indicating an exploitative motive. Simultaneously, the start-up chooses whether to *Reveal* (R) or *Hide* (H) its proprietary technology. The resulting payoffs depend on the type of the large firm and the combination of strategies chosen. The extensive form of the game is given below :



Draw the Bayesian normal form matrix of this game. (10)

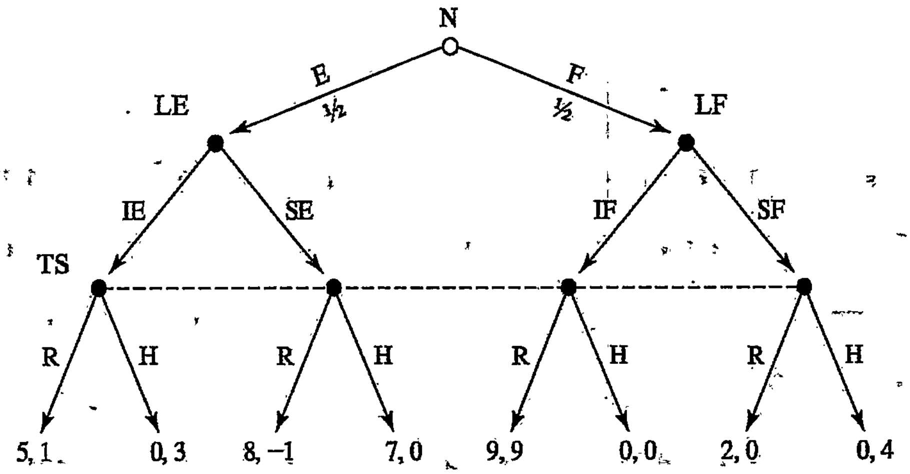
(क) खिलाड़ी 1 एवं खिलाड़ी 2 के बीच निम्नलिखित सामान्य रूप के खेल पर विचार कीजिए :

खिलाड़ी 1\ खिलाड़ी 2	X	Y
P	(3, 4)	(7, 1)
Q	(5, -3)	(2, 2)
R	(1, 6)	(6, 3)

(i) दोनों खिलाड़ियों के लिए सर्वोत्तम-प्रतिक्रिया फलन लिखिए और उन्हें सर्वोत्तम-प्रतिक्रिया आरेख में ग्राफिकली प्रदर्शित कीजिए। क्या इस खेल का कोई शुद्ध रणनीति नैश समतुल्य मौजूद है? अपने उत्तर का औचित्य स्पष्ट कीजिए। (8)

(ii) कठोरतः प्रभुत्वित तथा दुर्बलतः प्रभुत्वित रणनीतियों की परिभाषा दीजिए। प्रत्येक खिलाड़ी के लिए कोई प्रभुत्वित क्रियाएँ (यदि हों) चिह्नित कीजिए तथा उन्हें क्रमबद्ध रूप से समाप्त कीजिए (यदि संभव हो)। खेल का मिश्रित रणनीति नैश संतुलन (MNE), यदि विद्यमान हो, ज्ञात कीजिए। सभी आवश्यक गणनाएँ एवं तर्क प्रस्तुत कीजिए। (12)

(ख) निम्नलिखित परिदृश्य पर विचार कीजिए जिसमें एक प्रौद्योगिकी स्टार्ट-अप (TS) उसी उद्योग में एक बड़ी, स्थापित फर्म (L) के साथ रणनीतिक साझेदारी पर विचार कर रही है। फर्म L दो प्रकारों में से एक हो सकती है: मित्र (F), जो पारस्परिक लाभकारी सहयोग में वास्तविक रुचि रखता है, या शत्रु (E), जिसका उद्देश्य अपने प्रतिस्पर्धात्मक लाभ के लिए व्यापारिक रहस्य प्राप्त करना है। फर्म L अपने प्रकार को जानती है, किंतु TS नहीं जानतीय यह प्रत्येक संभावना को समान प्रायिकता प्रदान करती है। किसी भी सूचना आदान-प्रदान से पूर्व, फर्म L एक क्रिया चुनती है: या तो निवेश (I) करना, जो साझेदारी के प्रति प्रतिबद्धता का संकेत देता है, या सबोटेज (S) करना, जो शोषणकारी उद्देश्य का संकेत देता है। समवर्ती रूप से, स्टार्ट-अप अपनी मालिकाना प्रौद्योगिकी को प्रकट (R) करने या छिपाने (H) करने का चयन करती है। परिणामी भुगतान बड़ी फर्म के प्रकार तथा चुनी गई रणनीतियों के संयोजन पर निर्भर करते हैं। खेल का विस्तृत रूप नीचे दिया गया है :



इस खेल का बेयसियन सामान्य रूप मैट्रिक्स बनाइए। (10)

Section B

(खंड ख)

2. Two players simultaneously and independently decide how much to contribute to a public good. If player 1 contributes x_1 and player 2 contributes x_2, then they both receive the value of the public good given by $2(x_1 + x_2 + x_1x_2)$. Assume that x_1 and x_2 are positive numbers. Player 1 must pay a cost x_1^2 of contributing; thus, player 1's payoff is $u_1 = 2(x_1 + x_2 + x_1x_2) - x_1^2$. Player 2 pays the cost $t\,x_2^2$ so player 2's payoff is $u_2 = 2(x_1 + x_2 + x_1x_2) - tx_2^2$. The number t is private information to player 2. Player 1 knows that t equals 2 and 3 with equal probability.

(i) Calculate the best response functions of player 1 and the two types of player 2. (12)

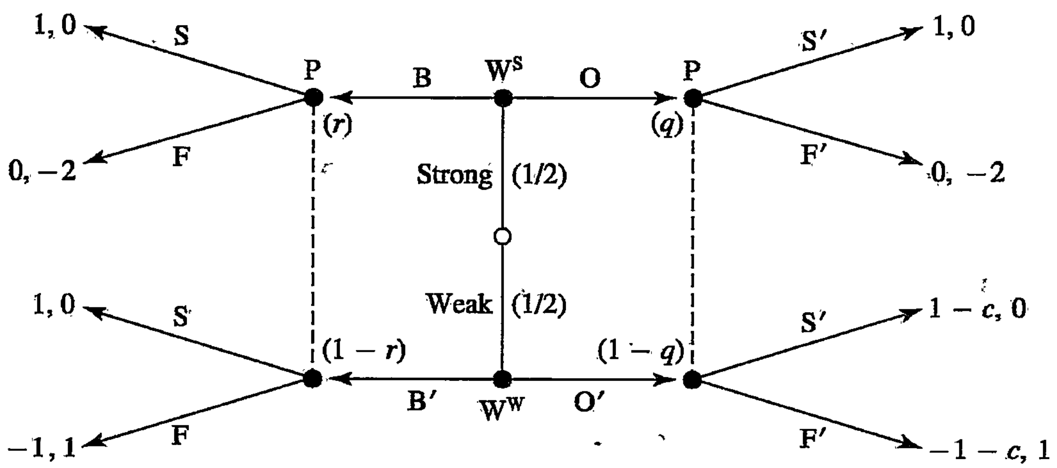
(ii) Compute the Bayesian Nash equilibrium and corresponding payoffs of this game. (8)

दो खिलाड़ी एक साथ और अलग-अलग तय करते हैं कि सार्वजनिक वस्तु में कितना योगदान देना है। अगर खिलाड़ी 1 ने x_1 और खिलाड़ी 2 ने x_2 योगदान किया तो दोनों को उस सार्वजनिक वस्तु का मूल्य मिलता है जो $2(x_1 + x_2 + x_1x_2)$ है। मान लीजिए कि x_1 और x_2 धनात्मक संख्याएँ हैं। खिलाड़ी 1 को योगदान देने की लागत x_1^2 चुकानी पड़ती है; अत: खिलाड़ी 1 का प्रतिफल $u_1 = 2(x_1 + x_2 + x_1x_2) - x_1^2$ है। खिलाड़ी 2 योगदान पर लागत tx_2^2 चुकाता है, इसलिए खिलाड़ी 2 का प्रतिफल $u_2 = 2(x_1 + x_2 + x_1x_2) - tx_2^2$ है। संख्या t खिलाड़ी 2 की निजी सूचना है। खिलाड़ी 1 जानता है कि t या तो 2 है या 3 है, और दोनों स्थितियों की समान संभावना है।

(i) खिलाड़ी 1 तथा खिलाड़ी 2 के दोनों प्रकारों के सर्वोत्तम-प्रतिक्रिया फलन की गणना कीजिए। (12)

(ii) इस खेल का बायेसियन नैश संतुलन तथा उससे संबंधित प्रतिफल निर्धारित कीजिए। (8)

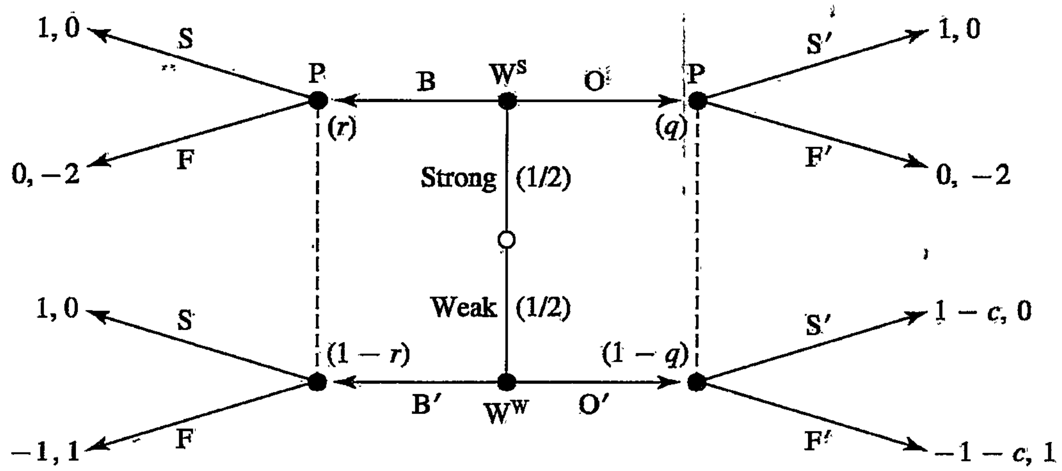
3. Consider the following extensive form representation of a game :



(i) What conditions on c guarantee the existence of a separating perfect Bayesian equilibrium? Describe such an equilibrium. (10)

(ii) For what values of c is there a pooling equilibrium in which both types of W choose O? Describe such an equilibrium. (10)

निम्नलिखित खेल के विस्तृत-रूप के निरूपण पर विचार कीजिए :



(i) c की किन शर्तों/मानों पर यह सुनिश्चित होता है कि सेपरेटिंग परफेक्ट बायेसियन संतुलन मौजूद होगा? ऐसे संतुलन का वर्णन कीजिए। (10)

(ii) c के किन मानों के लिए ऐसा लिंग संतुलन संभव है जिसमें W के दोनों प्रकार O चुनते हैं? उस संतुलन का वर्णन कीजिए। (10)

4\. (a) Show that a player's bid equal to her valuation dominates all her other bids in a second price sealed bid auction with imperfect information about valuations. (5)

(b) In a strategic game with perfect information, two friends have 10 slices of pizza to divide between themselves. They use the following procedure: Each friend simultaneously announces an integer between 0 and 10. If the sum of the two announced numbers is not greater than 10, then each receives the number of slices they announced. If the sum of the two announced numbers exceeds 10 and the numbers are different, the friend who announced the smaller number receives that number of slices, and the other friend receives the remaining slices. If the sum exceeds 10 and both announce the same number, then each receives 5 slices.

(i) Determine the best response of each player to every possible action of the other player. (8)

(ii) Using a payoff table, identify all Nash equilibria of the game. (7)

(क) दूसरे मूल्य वाली सील्ड-बिड नीलामी में, जिसमें मूल्यों के बारे में अपूर्ण सूचना है, किसी खिलाड़ी का अपना मूल्य बराबर बोली लगाना उसकी सभी अन्य बोलियों को प्रभुत्वित करता है। (5)

(ख) सूचना पूर्ण वाले एक सामरिक खेल में दो मित्रों के पास कुल 10 पिज्जा स्लाइस बाँटने के लिए हैं। वे निम्नलिखित प्रक्रिया का उपयोग करते हैं: दोनों मित्र एक साथ 0 से 10 के बीच कोई पूर्णांक घोषित करते हैं। यदि दोनों द्वारा घोषित संख्याओं का योग 10 से अधिक नहीं है तो प्रत्येक को

उतनी ही स्लाइस मिलती हैं जितनी उसने घोषित की थी। यदि दोनों द्वारा घोषित संख्याओं का योग 10 से अधिक है और दोनों संख्याएँ अलग-अलग हैं तो जिस मित्र ने कम संख्या घोषित की उसे उतनी ही स्लाइस मिलती हैं तथा शेष स्लाइस दूसरे मित्र को मिल जाती हैं। यदि योग 10 से अधिक है और दोनों ने एक समान संख्या घोषित की है तो प्रत्येक को 5 स्लाइस मिलती हैं।

(i) प्रत्येक खिलाड़ी की सर्वोत्तम प्रतिक्रिया दूसरे खिलाड़ी की प्रत्येक संभावित क्रिया के लिए निर्धारित कीजिए। (8)

(ii) भुगतान तालिका का उपयोग करके, इस खेल के सभी नैश संतुलनों की पहचान कीजिए। (7)

5. Two firms, Alpha (α) and Beta (β), are deciding whether to enter a new market. In Stage 1, Alpha chooses to either Enter (E) or Stay Out (O). If Alpha chooses O, then payoffs are $(u_\alpha, u_\beta) = (0,2)$. If Alpha chooses E, then Beta observes and chooses to either Fight (F) or Accommodate (A). For Beta choosing F, the payoffs are $(u_\alpha, u_\beta) = (-1,0)$. And for Beta choosing A, the payoffs are $(u_\alpha, u_\beta) = (3,1)$.

(i) Draw the extensive form of the game. (5)

(ii) Find the Subgame Perfect Nash Equilibrium (SPNE) using backward induction. (5)

(iii) Suppose Beta could instead move first, committing publicly to Fight or Accommodate before Alpha decides. Would the outcome change? Explain. (10)

दो फर्में, अल्फा (α) तथा बीटा (β), एक नए बाजार में प्रवेश करने का निर्णय ले रही हैं। चरण 1 में, अल्फा या तो प्रवेश (E) करने या बाहर रहने (O) का चयन करती है। यदि अल्फा O चुनती है, तो प्रतिफल $(u_\alpha, u_\beta) = (0,2)$ है। यदि अल्फा E चुनती है, तो बीटा इसका अवलोकन करती है तथा लड़ने (F) या समायोजित करने (A) का चयन करती है। बीटा के F चुनने पर प्रतिफल $(u_\alpha, u_\beta) = (-1,0)$ है। तथा बीटा के A चुनने पर प्रतिफल $(u_\alpha, u_\beta) = (3,1)$ है।

(i) खेल का विस्तृत-रूप बनाइए। (5)

(ii) पीछे की ओर आगमन विधि द्वारा उपखेल पूर्ण नैश संतुलन ज्ञात कीजिए। (5)

(iii) मान लीजिए कि बीटा इसके बजाय पहले चाल चले, अल्फा के निर्णय लेने से पूर्व सार्वजनिक रूप से लड़ने (F) या समायोजित करने (A) के लिए प्रतिबद्ध हो जाए। क्या परिणाम बदल जाएगा? स्पष्ट कीजिए। (10)

6. Consider a Cournot duopoly where two firms, Firm 1 and Firm 2, produce a homogeneous good. The inverse market demand function is given by :

$$P = 120 - (q_1 + q_2)$$

where P is the market price and q_1, q_2 are the quantities produced by Firm 1 and Firm 2 respectively. The firms have different constant marginal costs of production, $c_1 = 20$ and $c_2 = 40$. Both firms choose their quantities simultaneously, and all information is common knowledge (symmetric information about demand and costs).

(i) Write down the profit function for each firm and derive their respective best response (reaction) functions. (6)

(ii) Determine the Cournot-Nash equilibrium quantities, the market price, and the profits of each firm. (6)

(iii) Suppose the government introduces a per-unit subsidy of $s = 10$ only for Firm 2 (i.e., it receives 10 for each unit produced). Find the new Cournot-Nash equilibrium quantities, market price, and profits of both firms. (6)

(iv) Compare the equilibria in parts ii and iii. Discuss briefly the impact of asymmetric cost conditions and the subsidy on competition and welfare. (2)

विचार कीजिए कि कूर्नो द्वि–एकाधिकार में दो फर्में, फर्म 1 और फर्म 2, एकसमान वस्तु का उत्पादन करती हैं। विपरीत बाजार मांग फलन निम्नलिखित है :

$$P = 120 - (q_1 + q_2)$$

जहाँ P बाजार मूल्य है तथा q_t, q_2 क्रमशः फर्म 1 तथा फर्म 2 द्वारा उत्पादित मात्राएँ हैं। दोनों फर्मों की उत्पादन की स्थिर सीमान्त लागतें भिन्न हैं, अर्थात् $c_1 = 20$ और $c_2 = 40$. दोनों फर्में अपनी मात्राएँ एक साथ चुनती हैं तथा सभी सूचनाएँ (माँग तथा लागतों के बारे में) सामान्य ज्ञान हैं (लागतों तथा माँग की सममित सूचना)।

(i) प्रत्येक फर्म के लिए लाभ फलन लिखिए तथा उनकी– अपनी सर्वोत्तम प्रतिक्रिया फलन व्युत्पन्न कीज़िए। (6)

(ii) कूर्नो–नैश संतुलन मात्राएँ, बाजार मूल्य तथा प्रत्येक फर्म के लाभ निर्धारित कीजिए। (6)

(iii) मान लीजिए सरकार फर्म 2 को प्रति इकाई $s = 10$ की सब्सिडी देती है (अर्थात् फर्म 2 को प्रत्येक उत्पादित इकाई पर 10 प्राप्त होते हैं)। नए कूर्नो–नैश संतुलन मात्राएँ, बाजार मूल्य तथा दोनों फर्मों के लाभ ज्ञात कीजिए। (6)

(iv) भाग (ii) तथा भाग (iii) के संतुलनों की तुलना कीजिए। असममित लागत स्थितियों तथा सब्सिडी के प्रतिस्पर्धा और कल्याण पर प्रभाव की संक्षिप्त चर्चा कीजिए। (2)