(b) Suppose the tourists now consume 20 glasses of bubble tea per day.

(i) Write down a payoff matrix that corresponds to this situation.

(ii) Determine the pure strategy equilibrium and comment on how the equilibrium is different from the equilibrium of the previous game in part (a). (12+6=18)

एक शहर में दो कैफे हैं, चाय कैफे और टी बियर, जो बबल टी बेचते हैं। दोनों अपने मानक बबल टी ग्लास की कीमत रु. 100, 300 रुपये या 400 रुपये पर बेचते हैं। दोनों कैफे में पेय परोसने के लिए कुछ भी खर्च नहीं होता है। दोनों कैफे के पास दूसरे कैफे द्वारा ली जाने वाली कीमत की पूरी जानकारी है।

(अ) शहर में आने वाले पर्यटकों द्वारा प्रतिदिन 10 गिलास बबल टी का सेवन किया जाता है, जबकि स्थानीय निवासियों द्वारा प्रति दिन 40 गिलास बबल टी का सेवन किया जाता है। पर्यटक कीमतों को नजरअंदाज करते हैं और दोनों कैफे के बीच समान रूप से बंट जाते हैं। स्थानीय निवासी कम कीमत वाले कैफे में जाते हैं, और उस स्थिति में समान रूप से विभाजित हो जाते हैं जब दोनों कैफे समान कीमत लेते हैं।

(i) इस स्थिति को एक रणनीतिक खेल के रूप में तैयार करें।

(ii) एक भुगतान मैट्रिक्स लिखें जो इस स्थिति से मेल खाता हो, जहां भुगतान कुल राजस्व के बराबर है।

(iii) दो कैफे की सर्वोत्तम प्रतिक्रिया लिखिए।

(iv) खेल की शुद्ध रणनीति नैश संतुलन निर्धारित करें।

(ब) मान लीजिए कि पर्यटक अब प्रति दिन 20 गिलास बबल टी का सेवन करते हैं।

(i) इस स्थिति से मेल खाने वाला एक भुगतान मैट्रिक्स लिखिये।

(ii) शुद्ध रणनीति संतुलन निर्धारित करें और टिप्पणी करें कि संतुलन भाग (अ) में पिछले गेम के संतुलन से कैसे भिन्न है।

5. (a) Consider the following game in matrix form with the two players.

Player 1/Player 2	C	D
A	10, 16	14, 24
B	15, 20	6, 12

(i) Find all the pure strategy Nash equilibrium/ equilibria for this game. For each pure strategy Nash equilibrium, explain why it is an equilibrium. Explain also why other strategy pairs do not qualify as an equilibrium.

(ii) Find the mixed strategy equilibrium/ equilibria.

(iii) Verify that your mixed strategies are indeed in equilibrium.

(b) Consider the following two-person game.

Player 1/Player 2	S	H
A	9, 9	0, 8
B	8, 0	7, 7

(i) Suppose Player 1 thinks that Player 2 will play her strategy S with probability y, and her strategy H with probability 1 – y. For what value of y will Player 1 be indifferent between his two strategies A and B?

(ii) If y is less than the value found in part (i) above, what strategy will Player 1 prefer?

4. There are two cafes in a city, Chai Cafe and Tea Bear, that sell bubble tea. Both can choose to price their standard bubble tea glass at Rs. 100, Rs. 300 or Rs. 400. It does not cost both the cafes anything to serve the drinks. Both the cafes have full information of the price the other cafe charges.

(a) 10 glasses of bubble tea per day are consumed by tourists visiting the city while 40 glasses of bubble tea per day are consumed by the local-residents. Tourists ignore prices and split equally between the two cafes. Local-residents go to the cafe with the lower price, and split evenly in the case when both cafes charge the same price.

(i) Formulate this situation as a strategic game.

(ii) Write down a payoff matrix that corresponds to this situation, where payoff equals total revenue.

(iii) Write down the best response of the 2 cafes.

(iv) Determine the Pure strategy Nash equilibria of the game.

(अ) निम्नलिखित भुगतान मैट्रिक्स के साथ एक साथ चाल वाले खेल पर विचार करें :

खिलाड़ी 1/खिलाड़ी 2	L	M	R
A	1,2	2,1	1,0
B	2,1	0,1	0,0
C	0,1	0,0	1,2

(i) नैश संतुलन/संतुलन ज्ञात करने के लिए प्रत्येक खिलाड़ी की सर्वोत्तम प्रतिक्रिया की पहचान करें।

(ii) मान लीजिए कि खेल क्रमिक रूप से खेला जाता है, जिसमें खिलाड़ी 1 पहले को चुनता है। खेल को व्यापक रूप में चित्रित करें।

(ब) दो रूममेट्स को अपने अपार्टमेंट को साफ करने के लिए चुनने की जरूरत है, और प्रत्येक सफाई के लिए $t_i > 0$ से अधिक समय चुन सकता है। यदि उनकी पसंद t_i और t_j हैं, तो खिलाड़ी i's का भुगतान $(10-t_j)t_i - t_i^2$ द्वारा दिया जाता है। इस भुगतान फलन का तात्पर्य यह है कि एक रूममेट जितना अधिक सफाई करेगा, दूसरे रूममेट के लिए सफाई उतनी ही कम मूल्यवान होगी।

(i) प्रत्येक खिलाड़ी का सर्वोत्तम प्रतिक्रिया क्या है?

(ii) शुद्ध रणनीति नैश संतुलन खोजें।

(iii) How does the answer to part (ii) change if y is greater than the value found in part (i) above? (10+8=18)

(अ) दो खिलाड़ियों के साथ मैट्रिक्स रूप में निम्नलिखित खेल पर विचार करें।

खिलाड़ी 1/खिलाड़ी 2	C	D
A	10, 16	14, 24
B	15, 20	6, 12

(i) इस गेम के लिए सभी शुद्ध रणनीति नैश संतुलन/संतुलन निकालिये। प्रत्येक शुद्ध रणनीति नैश संतुलन के लिए, समझाइये कि यह एक संतुलन क्यों है। यह भी बताइये कि अन्य रणनीति युग्म संतुलन के रूप में योग्य क्यों नहीं हैं।

(ii) मिश्रित रणनीति संतुलन ज्ञात कीजिए।

(iii) सत्यापित करें कि आपकी मिश्रित रणनीतियाँ वास्तव में संतुलन में हैं।

(ब) दो व्यक्तियों के एक खेल पर विचार कीजिए।

खिलाड़ी 1/खिलाड़ी 2	S	H
A	9, 9	0, 8
B	8, 0	7, 7

(i) मान लीजिए कि खिलाड़ी 1 सोचता है कि खिलाड़ी 2 अपनी रणनीति S को प्रायिकता y के साथ खेलेगा, और अपनी रणनीति H को प्रायिकता $1 - y$ के साथ खेलेगा। खिलाड़ी 1 अपनी दो रणनीतियों A और B के बीच किस मान के प्रति उदासीन रहेगा?

(ii) यदि उपरोक्त भाग (i) में पाए गए मान से कम है, तो खिलाड़ी 1 कौन-सी रणनीति पसंद करेगा?

(iii) यदि भाग (ii) का उत्तर उपरोक्त भाग (i) में y पाए गए मान से अधिक है तो भाग (ii) का उत्तर कैसे बदल जाता है?

6. Two candidates, A and B, compete in an election. Of the n citizens ($n \geq 2$ and n is even), k support candidate A and $m(= n - k)$ support candidate B. Each citizen decides whether to vote, at a cost $= c > 0$ for the candidate she supports, or to abstain. A citizen who abstains receives the payoff of 2 if the candidate she supports wins, 1 if this candidate ties for first place, and 0 if this candidate loses. A citizen who votes receives the payoffs $2 - c$, $1 - c$, and $-c$ in these three cases, where $0 < c < 1$.

(a) Consider the case when $k = m = 1$.

3. (a) Consider a simultaneous move game with the following payoff matrix.

Player 1/Player 2	L	M	R
A	1,2	2,1	1,0
B	2,1	0,1	0,0
C	0,1	0,0	1,2

(i) Identify each player's best response to find the Nash equilibrium / equilibria.

(ii) Suppose the game is played sequentially, with player 1 choosing first. Depict the game in extensive form.

(b) Two roommates each need to choose to clean their apartment, and each can choose an amount of time $t_i > 0$ to clean. If their choices are t_i and t_j, then player i's payoff is given by $(10 - t_j)t_i - t_i^2$. This payoff function implies that the more one roommate cleans, the less valuable is cleaning for the other roommate.

(i) What is the best response correspondence of each player?

(ii) Find Pure strategy Nash equilibrium.

(8+10=18)

(i) इस रणनीतिक मूल्य निर्धारण खेल के लिए भुगतान मैट्रिक्स का निर्माण करें और खेल का नैश संतुलन ढूंढें।

(ii) यह बताइये कि क्या यह गेम कैदी की दुविधा है।

(ब) मान लीजिए कि भाग (अ) के बेकरी मालिक दोस्त बन जाते हैं, जैसे कि वे अब स्वार्थी कार्य नहीं करते हैं। i^{th} खिलाड़ी का भुगतान अब $m_i(a) + \beta\, m_j(a)$ के बराबर है, जहां $m_i(a)$ और $m_j(a)$ i^{th} और j^{th} उपरोक्त भाग (i) में खिलाड़ी के भुगतान मैट्रिक्स में रणनीति जोड़ी a से भुगतान थे। और β एक दी गई गैर-ऋणात्मक संख्या है, उदाहरण के लिए, रणनीति जोड़ी (L, L) के लिए । का भुगतान $10 + 10\beta$ है और रणनीति जोड़ी (H, L) के लिए $0 + 30\beta$ है।

(i) इस रणनीतिक मूल्य निर्धारण खेल के लिए भुगतान मैट्रिक्स का निर्माण करें।

(ii) $\beta = 1$ होने पर नैश संतुलन ज्ञात कीजिए।

(iii) β के मानों की सीमा ज्ञात कीजिए जिसके लिए परिणामी खेल कैदी की दुविधा है।

(iv) β के मान ज्ञात करें जिसके लिए खेल कैदी की दुविधा नहीं है और फिर इसका नैश संतुलन ज्ञात करें।

(i) Formulate the above as a strategic form game and find its equilibrium / equilibria.

(ii) Is the game in part (i) above an example of Prisoner's Dilemma? Explain.

(b) Consider the case when $k = m$

(i) Is the action profile in which everyone votes a Nash equilibrium?

(ii) Is there any Nash equilibrium in which the candidates tie and not everyone votes?

(iii) Is there any Nash equilibrium in which one of the candidates wins by one vote?

(6+12=18)

दो उम्मीदवार, A और B, एक चुनाव में प्रतिस्पर्धा करते हैं। n नागरिकों में से ($n \geq 2$ और n सम है), k उम्मीदवार A का समर्थन करता है और $m(= n - k)$ उम्मीदवार B का समर्थन करता है। प्रत्येक नागरिक निर्णय लेता है कि उसे वोट देना है या नहीं, कीमत $= c > 0$ पर, उस उम्मीदवार को जिसका वह समर्थन करता है, या अलग रहना है। जो नागरिक चुनाव से दूर रहता है उसे 2 का भुगतान मिलता है यदि वह जिस उम्मीदवार का समर्थन करती है वह जीतता है, 1 का भुगतान मिलता है, यदि यह उम्मीदवार पहले स्थान पर रहता है, और 0 का भुगतान मिलता है, यदि यह उम्मीदवार हार जाता है। एक नागरिक जो वोट देता है उसे इन तीन मामलों में $2 - c$, $1 - c$, और $-c$ का भुगतान प्राप्त होता है, अर्थात $0 < c < 1$।

(अ) उस मामले पर विचार करें जब $k = m = 1$।

(i) उपरोक्त को एक रणनीतिक रूप वाले खेल के रूप में तैयार करें और इसका संतुलन ज्ञात करें।

(ii) क्या उपरोक्त भाग (i) का खेल कैदी की दुविधा का उदाहरण है? व्याख्या कीजिए।

(ब) उस मामले पर विचार करें, जब $k = m$

(i) क्या एक्शन प्रोफाइल जिसमें हर कोई नैश संतुलन को वोट देता है?

(ii) क्या कोई नैश संतुलन है जिसमें उम्मीदवार बंधे हों और हर कोई वोट न करे?

(iii) क्या कोई नैश संतुलन है जिसमें कोई एक उम्मीदवार एक वोट से जीतता है?

7. (a) Explain the use of an information set in representing simultaneous moves within the extensive form.

(b) In the matching pennies game, suppose there are two players, 1 and 2, each with a one- rupee coin. Player 1 (P1) first puts down his rupee coin heads up (H) or tails up (T). Player 2 (P2) sees the outcome and then puts down his coin heads up

(i) Construct the payoff matrix for this strategic pricing game.

(ii) Find the Nash equilibrium when $\beta = 1$.

(iii) Find the range of values of β for which the resulting game is the Prisoner's Dilemma.

(iv) Find the values of β for which the game is not the Prisoner's Dilemma and then find its Nash equilibria. (6+12=18)

(अ) एक शहर में केवल दो बेकरियां हैं जिनका स्वामित्व व्यक्ति ए और बी के पास है। दोनों एक ही प्रकार की मल्टीग्रेन ब्रेड का उत्पादन करते हैं, जिसके लिए प्रत्येक या तो कम कीमत (एल) या उच्च कीमत (एच) ले सकता है। प्रत्येक मालिक स्वार्थी है और मल्टीग्रेन ब्रेड के प्रति लोड लाभ के संदर्भ में अपने स्वयं के भुगतान को अधिकतम करना चाहता है। यदि दोनों H चुनते हैं तो प्रत्येक पीस पर 20 रुपये का लाभ कमाता है। यदि एक H को चुनता है और दूसरा L को चुनता है तो H को चुनने वाले मालिक को कोई ग्राहक नहीं मिलता है और शून्य लाभ होता है, जबकि L को चुनने वाला मालिक 30 रुपये प्रति पाव का लाभ कमाता है। यदि दोनों मालिक एल चुनते हैं, तो प्रत्येक रोटी पर 10 रुपये का लाभ कमाता है।

either a low price (L) or a high price (H). Each owner is selfish and wants to maximise her own payoff measured in terms of profit per load of the multigrain bread. If both choose H each earns a profit of Rs. 20 per loaf. If one chooses H and other chooses L then the owner choosing H gets no customers and makes zero profit, whereas the owner choosing L earns a profit of Rs. 30 per loaf. If both owners choose L, then each earns a profit of Rs. 10 per loaf.

(i) Construct the payoff matrix for this strategic pricing game and find the Nash equilibrium of the game.

(ii) Explain if this game is the Prisoner's Dilemma.

(b) Suppose the bakery owners of part (a) become friends, such that they no longer act selfishly. The i^{th} player's payoff now equals $m_i(a) + \beta\, m_j(a)$, where $m_i(a)$ and $m_j(a)$ were the payoff of the i^{th} and j^{th} player from the strategy pair a in payoff matrix constructed in part (i) above, and β is a given nonnegative number. For instance, A's payoff to the strategy pair (L, L) is $10 + 10\beta$ and to the strategy pair (H, L) is $0 + 30\beta$.

(H) or tails up (T). If both the coins show heads or both the coins show tails, player 2 gives the one-rupee coin to player 1 who becomes richer by one rupee. If one of the coins shows heads and the other coin shows tails, then player 1 pays one rupee to player 2 who becomes richer by one rupee.

(i) Draw the game tree for the sequential game.

(ii) Write the strategy set for Player 1 and Player 2 in the sequential game?

(iii) Write the sequential game in its normal form and find the Nash equilibrium / equilibria?

(iv) Formulate the given situation as a simultaneous move game and find the Nash equilibrium. (3+15=18)

(अ) व्यापक रूप में एक साथ होने वाली गतिविधियों का प्रतिनिधित्व करने में सूचना सेट के उपयोग की व्याख्या करें।

(ब) पेनी मिलान खेल में, मान लीजिए कि दो खिलाड़ी हैं, 1 और 2, प्रत्येक के पास एक रुपये का सिक्का है। खिलाड़ी 1 (P1) सबसे पहले अपने रुपये के सिक्के को हेड अप (H) या टेल अप (T) नीचे रखता है। प्लेयर 2 (P2) परिणाम देखता है

और फिर अपना सिक्का हेड अप (H) या टेल अप (T) नीचे रखता है। यदि दोनों सिक्कों पर हेड दिखता है या दोनों सिक्कों पर टेल दिखाई देती है, तो खिलाड़ी 2 खिलाड़ी 1 को एक रुपये का सिक्का देता है जो एक रुपये से अधिक अमीर हो जाता है। यदि सिक्कों में से एक में हेड और दूसरे सिक्के में टेल दिखाई देती है, तो खिलाड़ी 1 खिलाड़ी 2 को एक रुपये का भुगतान करता है जो एक रुपये से अधिक अमीर हो जाता है।

(i) अनुक्रमिक गेम के लिए गेम ट्री बनाएं।

(ii) अनुक्रमिक गेम में खिलाड़ी 1 और खिलाड़ी 2 के लिए निर्धारित रणनीति लिखिये?

(iii) अनुक्रमिक खेल को उसके सामान्य रूप में लिखिये और नैश संतुलन/साम्यावस्था ज्ञात करें?

(iv) दी गई स्थिति को एक साथ चाल चलने वाले खेल के रूप में तैयार करें और नैश संतुलन निकालिये।

8. A husband and a wife must choose between spending an evening at the opera (O) and an evening at a football match (M). The husband prefers the football match to opera and the wife prefers the opera to football match. Both prefer to be together than to attend separate events. This information is summarized in the pay-off matrix.

(अ) (i) इसके घटकों को निर्दिष्ट करते हुए एक रणनीतिक खेल को परिभाषित करें।

(ii) प्रभावी रणनीति और प्रभुत्व वाली रणनीति के बीच अंतर करें।

(ब) निम्नलिखित खेल पर विचार करें :

खिलाड़ी 1/खिलाड़ी 2	L	C	R
U	4,3	5,1	6,2
M	2,1	8,4	3,6
D	3,0	9,6	2,8

(i) निर्धारित करें कि क्या किसी खिलाड़ी के पास प्रभावी रणनीति है।

(ii) निर्धारित करें कि क्या किसी खिलाड़ी के पास प्रभुत्व वाली रणनीति है।

(iii) क्या प्रभुत्व वाली रणनीतियों को बार-बार हटाने से कोई अनोखा समाधान मिलता है। व्याख्या कीजिए।

2. (a) There are only two bakeries in a city owned by individuals A and B. Both produce the same type of multigrain bread for which each can charge

2. कोई पाँच प्रश्न कीजिए ।

3. साधारण कैलकुलेटर उपयोग की अनुमति है ।

4. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

1. (a) (i) Define a Strategic game, specifying its components.

(ii) Distinguish between a dominant strategy and a dominated strategy.

(b) Consider the following game

Player 1/Player 2	L	C	R
U	4,3	5,1	6,2
M	2,1	8,4	3,6
D	3,0	9,6	2,8

(i) Determine if any player has a dominant strategy.

(ii) Determine if any player has a dominated strategy.

(iii) Does the iterated deletion of dominated strategies yield a unique solution. Explain. (7+11=18)

Husband / Wife	M	O
M	4,2	1,1
O	0,0	3,5

(i) Find the pure strategy Nash equilibrium or equilibria of the simultaneous move game.

(ii) Find the mixed strategy Nash equilibrium of the simultaneous move game. Determine the probability of the husband and wife attending the same event.

(iii) Suppose the game is played sequentially where the husband gets to select where he is going first. The wife can then observe the husband's choice and then make her own choice. Depict the sequential game in extensive form. What will be the likely outcome of this sequential game?

(iv) Suppose the wife moves first and the husband makes his choice after her. Depict the sequential game in extensive form and verify if the likely outcome of this game is different from that of part (iii) or not. Explain. (18)

एक पति और पत्नी को ओपेरा (O) में एक शाम और फुटबॉल मैच (M) में एक शाम बिताने के बीच चयन करना होगा। पति ओपेरा की अपेक्षा फुटबॉल मैच को प्राथमिकता देता है और पत्नी फुटबॉल

मैच की अपेक्षा ओपेरा को प्राथमिकता देती है। दोनों अलग-अलग कार्यक्रमों में शामिल होने के बजाय साथ रहना पसंद करते हैं। यह जानकारी पे-ऑफ मैट्रिक्स में संक्षेपित है।

पति / पत्नी	M	O
M	4,2	1,1
O	0,0	3,5

(i) एक साथ चाल चलने वाले खेल की शुद्ध रणनीति नैश संतुलन या संतुलन का पता लगाएं।

(ii) एक साथ चाल चलने वाले खेल की मिश्रित रणनीति नैश संतुलन का पता लगाएं। पति और पत्नी के एक ही कार्यक्रम में भाग लेने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(iii) मान लीजिए कि खेल क्रमिक रूप से खेला जाता है जहां पति को यह चुनना होता है कि वह पहले कहां जा रहा है। पत्नी तब पति की पसंद को देख सकती है और फिर अपनी पसंद बना सकती है। क्रमिक खेल को व्यापक रूप में चित्रित करें। इस क्रमिक खेल का संभावित परिणाम क्या होगा?

(iv) मान लीजिए कि पत्नी पहले चलती है और पति उसके बाद अपनी पसंद बनाता है। अनुक्रमिक खेल को व्यापक रूप में चित्रित करें और सत्यापित करें कि इस खेल का संभावित परिणाम भाग (iii) से भिन्न है या नहीं। व्याख्या कीजिए।

[This question paper contains 20 printed pages.]

Your Roll No..............

Sr. No. of Question Paper : 5723 **H**

Unique Paper Code : 2274000016

Name of the Paper : Game Theory and Social Sciences

Name of the Course : **Generic Elective : Economics**

Semester : IV

Duration : 3 Hours Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Attempt any **five** questions.
3. Use of simple calculator is permitted.
4. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।